รายงานการวิจัย

เรื่อง

การวิเคราะห์การสอบพิซ่าและโอเน็ตของสถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ เพื่อปฏิรูปการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

โดย

รองศาสตราจารย์ฉวีวรรณ แก้วไทรฮะ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ ไชยสังข์

วิทยาลัยนานาชาติ

มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจาก

สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน)

ปีงบประมาณ 2557

คำนำ

รายงานการวิจัย เรื่อง “การวิเคราะห์การสอบพิซ่าและโอเน็ตของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ เพื่อการปฏิรูปการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์” ฉบับนี้เป็นรายงานฉบับสมบูรณ์ ซึ่งคณะผู้วิจัย ได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อสอบพิซ่าและโอเน็ต ในด้าน เนื้อหา ระดับความคิด และบริบทประกอบโจทย์ปัญหา รวมทั้งสอบถามความคิดเห็นของครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนแบบฉบับ (Best Practice) ในอนุภาคการศึกษา 9 อนุภาคการศึกษา เพื่อใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานและบทสรุปแก่ผู้บริหารหรือผู้เกี่ยวข้องในการวางแผนดำเนินงาน ได้แก่ หน่วยงานที่จัดทำหลักสูตร หน่วยงานที่ผลิตหนังสือเรียน หรือเอกสารประกอบหลักสูตรอื่น ๆ

ผู้วิจัยขอขอบคุณสถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติที่สนับสนุนทุนวิจัย และขอบคุณผู้อำนวยการวิทยาลัยนานาติมหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทาที่ให้ผู้วิจัยได้มีโอกาสทำวิจัยที่เป็นประโยชน์ต่อการศึกษาข้อมูลที่จะนำไปสู่การปฏิรูปการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยหวังเป็นอย่างยิ่งว่า รายงานการวิจัยฉบับนี้จะเป็นประโยชน์ต่อผู้บริหารและผู้ที่สนใจใช้การทำวิจัยในการวางแผนการปฏิรูปการเรียนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต่อไป

คณะผู้วิจัย

สารบัญ

หน้า

คำนำ

สารบัญ

บทที่ 1 บทนำ 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย 3

คำถามการวิจัย 3

ขอบเขตการวิจัย 3

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 4

นิยามศัพท์เฉพาะ 4

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 5

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 5

กรอบการประเมินคณิตศาสตร์ O-NET 8

กรอบการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 9

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 15

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 23

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 26

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 26

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 27

การเก็บรวบรวมข้อมูล 27

การวิเคราะห์ข้อมูล 32

บทที่ 4 ผลการวิจัย 33

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์เนื้อหา ระดับความคิด และบริบท 33

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์เกี่ยวกับความต้องการพัฒนานักเรียนด้านสมรรถนะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ 43

สรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูล 46

บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ 49

สรุปผลการวิจัยและอภิปรายผล 49

ข้อเสนอแนะ 67

บรรณานุกรม 71

ภาคผนวก 73

สารบัญตาราง

		หน้า
ตาราง 2.1	รอบของการบริหารการสอบ	10
ตาราง 2.2	สัดส่วนของคะแนนกลุ่มกระบวนการ	10
ตาราง 2.3	สัดส่วนของคะแนนกลุ่มเนื้อหา	10
ตาราง 2.4	สัดส่วนของคะแนนกลุ่มบริบท / สถานการณ์ปัญหา	11
ตาราง 2.5	ข้อสอบ PISA 2009 จำแนกตามเนื้อหาสาระและจานวนข้อตามประเภทของข้อสอบ	11
ตาราง 2.6	อันดับและค่าเฉลี่ยของคะแนนการประเมินการรู้เรื่องของนักเรียนอาเซียนในปี ค.ศ. 2006, 2009 และ 2012	12
ตาราง 2.7	การเปรียบเทียบระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของการสอบ PISA 2006, 2009 และ 2012	12
ตาราง 4.1	ความสัมพันธ์ด้านเนื้อหาระหว่างข้อสอบ O-NET และ ข้อสอบ PISA	33
ตาราง 4.2	ความสัมพันธ์ด้านความคิดระหว่างข้อสอบ O-NET และ ข้อสอบ PISA	34
ตาราง 4.3	ผลการวิเคราะห์ระดับความคิดขั้นต่าง ๆ ของแบบทดสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์กับระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง)	35
ตาราง 4.4	ผลการวิเคราะห์บริบทของข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์กับบริบทของข้อสอบ PISA	35
ตาราง 4.5	ผลการวิเคราะห์ระดับความคิดขั้นต่าง ๆ ของข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2555 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์กับระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง)	36
ตาราง 4.6	ผลการวิเคราะห์บริบทของข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2555 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์กับบริบทของข้อสอบ PISA	36
ตาราง 4.7	ผลการวิเคราะห์ระดับความคิดขั้นต่าง ๆ ของข้อสอบ PISA 2009 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์กับระดับความคิด ของบลูม (ปรับปรุง)	37
ตาราง 4.8	ผลการวิเคราะห์บริบทของข้อสอบ PISA 2009 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์	37
ตาราง 4.9	ผลการวิเคราะห์ระดับความคิดขั้นต่าง ๆ ของแบบทดสอบ PISA 2012 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์กับระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง)	40
ตาราง 4.10	ผลการวิเคราะห์บริบทของข้อสอบ PISA 2012 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์	40

สารบัญภาพ/แผนภูมิ

หน้า

ภาพที่ 1 กรอบความคิดทางคณิตศาสตร์ 22

แผนภูมิ 4.1 เปรียบเทียบร้อยละของเนื้อหาในข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 และ 2555 37

แผนภูมิ 4.2 เปรียบเทียบร้อยละของระดับความคิดในข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 และ 2555 37

แผนภูมิ 4.3 เปรียบเทียบร้อยละของบริบทในข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 และ 2555 38

แผนภูมิ 4.4 เปรียบเทียบร้อยละของเนื้อหาในข้อสอบ PISA 2009 และ PISA 2012 41

แผนภูมิ 4.5 เปรียบเทียบร้อยละของระดับความคิดในข้อสอบ PISA 2009 และ PISA 2012 41

แผนภูมิ 4.6 เปรียบเทียบร้อยละของบริบทในข้อสอบ PISA 2009 และ PISA 2012 42

แผนภูมิ 4.7 การเปรียบเทียบร้อยละของเนื้อหาในข้อสอบ O-NET และ PISA 42

แผนภูมิ 4.8 การเปรียบเทียบร้อยละของระดับความคิดในข้อสอบ O-NET และ PISA 43

แผนภูมิ 4.9 การเปรียบเทียบร้อยละของบริบทในข้อสอบ O-NET และ PISA 43

แผนภูมิ 4.10 ระดับความคิดเห็นของครูคณิตศาสตร์ในพฤติกรรมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนปฏิบัติ 45

แผนภูมิ 4.11 ระดับความคิดเห็นของครูคณิตศาสตร์จำแนกตามระดับพฤติกรรมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 46

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

จากรายงานผลประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยในการสอบ PISA 2012 ได้คะแนนเฉลี่ย427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD ที่มีค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ 494 คะแนน โดยสิบประเทศเขตเศรษฐกิจที่มีคะแนนคณิตศาสตร์สูง ได้แก่ เซี่ยงไฮ้ (613) สิงคโปร์ (573) ฮ่องกง (561) ไต้หวัน (560) เกาหลีใต้ (554) มาเก๊า (538) ญี่ปุ่น (536) ลิกเตน-สไตน์ (535) สวิตเซอร์แลนด์ (531) และเนเธอร์แลนด์ (523) อย่างไรก็ตามผลการสอบ PISA ของนักเรียนไทยที่มีคะแนนสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยมาตรฐาน ได้แก่ นักเรียนจากกลุ่มโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย (570) และกลุ่มในโรงเรียนสาธิต (534) สำหรับนักเรียนไทยที่รู้คณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับพื้นฐานและมีสัดส่วนลดลงจาก PISA 2009 ดังนี้ นักเรียนสายอาชีวศึกษา (เอกชน 82% รัฐบาล 70%) กทม. (65%) กศท. (57%) สช. (54%) สพฐ. 2 (42%) สพฐ. 1 (35%) นักเรียนไทยส่วนใหญ่มีจุดอ่อนที่สุดในด้านเนื้อหาที่เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ รองลงมาเป็นด้านปริมาณ และจุดอ่อนที่สุดทางด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหาตามสถานการณ์ในบริบทที่กำหนดโดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ ส่วนมากเป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการตีความและการแปลผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์มาเป็นผลการแก้ปัญหาของโลกในชีวิตประจำวัน

จากรายงานผลการประเมิน PISA 2012 หมวดคณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ บทสรุปสำหรับผู้บริหาร (สสวท., 2556, หน้า 22- 24) พบว่า

1) ระยะเวลาสามปีหลังจากปฏิรูปการศึกษาเมื่อ พ.ศ. 2542 การประเมินใน PISA 2003 ผลการประเมินของนักเรียนไทยลดต่ำลงอย่างมาก และลดลงต่อเนื่อง (การอ่านและวิทยาศาสตร์) หรือคงที่อยู่ในระดับต่ำ (คณิตศาสตร์) และเป็นเช่นนี้กับทุกวิชา และเป็นกับนักเรียนไทยทุกกลุ่มไม่เว้นแม้แต่กลุ่มโรงเรียนสาธิตซึ่งมีคะแนนสูง และทุกวิชาเริ่มหยุดลดต่ำ ใน PISA 2009 และสูงขึ้นชัดเจนใน PISA 2012 นักเรียนทั้งกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำมีจุดอ่อนที่การอ่านทั้งสองกลุ่ม และที่สำคัญการอ่านมีค่าสหสัมพันธ์กับคณิตศาสตร์สูงมาก (0.79 ใน PISA 2009 และ 0.82 ใน PISA 2012) และค่าสหสัมพันธ์ใกล้เคียงกับวิทยาศาสตร์ เมื่อคุณภาพการอ่านต่ำ จึงทำให้วิชาอื่นมีคะแนนต่ำไปด้วย ระบบการศึกษาจำเป็นต้องเร่งปรับปรุงยกระดับคุณภาพการอ่านของนักเรียน

2) ข้อมูลชี้จุดแข็งและจุดอ่อนที่ช่วยให้ระดับนโยบายใช้เป็นข้อมูลในการจัดการศึกษา จุดแข็งที่พบเป็นต้นว่า ระบบการเรียนการสอนในโรงเรียนกลุ่มคะแนนสูงน่าจะเป็นตัวแบบ (Model) ของการเรียนการสอนของโรงเรียนทั่วไป จุดแข็งอีกจุดหนึ่ง คือ การที่นักเรียนโรงเรียนขยายโอกาส (สพฐ. 1) มีคะแนนสูงขึ้นมาก แสดงว่า ระบบการจัดการทำได้ดีในชนบทในระยะหลัง จึงน่าจะได้มีการศึกษาในรายละเอียดว่าเกิดอะไรขึ้น เพื่อจะนำมาเป็นตัวแบบในการยกระดับคุณภาพการศึกษา

3) ข้อมูลชี้จุดอ่อนอีกหลายจุดที่ระบบการศึกษาสามารถจัดการกับตัวแปรนั้น ๆ ได้ตรงเป้าหมาย อย่างไรก็ตามข้อมูลไม่ได้ชี้ว่า หลักสูตรเฉพาะวิชาเป็นเป้าหมายที่ต้องเปลี่ยนแปลง ยกเว้นทักษะการใช้ภาษาที่ผลการประเมินชี้ว่าเป็นจุดอ่อน และเนื่องจากทักษะทางภาษามีค่าสหสัมพันธ์สูงมากกับด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ (0.79 กับคณิตศาสตร์ และ 0.82 กับวิทยาศาสตร์ ใน PISA 2012) ดังนั้นจึงจำเป็นต้องเร่งด่วนที่จะยกระดับคุณภาพการเรียนการสอนด้านภาษา โดยไม่ต้องเปลี่ยนหลักสูตรใหม่ทั้งระบบ เพราะอย่างน้อยที่สุดโรงเรียนกลุ่ม สพป. (สพฐ.1) กำลังก้าวหน้าถูกทิศ หากมีการเปลี่ยนแปลงใหญ่อีกอาจต้องใช้เวลานานกว่าจะเดินถูกทาง

ประเทศต่าง ๆ ได้ทำโครงการวิจัยนำร่องเพื่อนำผลของการสอบ PISA ไปพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เช่น นักวิชาการของ CTB/McGraw-Hill ประเทศสหรัฐอเมริกา ได้ทำวิจัยเพื่อสร้างมาตรฐานของข้อสอบเพื่อวัดศักยภาพของนักเรียนในด้านการอ่าน ด้านวิทยาศาสตร์ และด้านคณิตศาสตร์ โดยใช้กรอบมาตรฐานของ PISA มีนักเรียน 7,500 คน จาก

โรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการในประเทศสหรัฐอเมริกา 105 แห่ง ประเทศอังกฤษ 18 แห่ง และประเทศแคนาดา 3 แห่ง ซึ่งผลการสอบมีความสัมพันธ์กับผลการสอบตามมาตรฐานนานาชาติ (Organization for Economic Cooperation & Development, 2013 para.5)นักวิจัยของประเทศตุรกีได้ทำวิจัยเปรียบเทียบผลการสอบ PISA 2003 - 2006 ในด้านการอ่านจากประเทศที่มีผลการสอบ PISA อยู่ในห้าอันดับแรกกับผลการสอบของนักเรียนในประเทศตุรกี เพื่อเพิ่มคุณภาพการเรียนการสอนและกำหนดเป็นนโยบายระดับประเทศ การวิจัยพบว่า ทักษะการอ่านของนักเรียนต่ำ นักเรียนขาดทักษะความคิดขั้นสูงที่จะเชื่อมโยงความรู้กับประสบการณ์จริง ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการสนับสนุนงบประมาณน้อย จำนวนนักเรียนในห้องเรียนมีมากกว่าสัดส่วนของจำนวนครูที่กำหนด ฐานะทางเศรษฐกิจของครอบครัวต่ำ และพ่อแม่มีการศึกษาต่ำเป็นต้น (Aydin, A. Erdag, C. &Tas, N., 2001, หน้า 665 – 673) นักวิชาการของประเทศออสเตรเลีย ได้วิเคราะห์พลังการทำนาย (Predictive Power) ของการสอบ PISA ของนักเรียนตั้งแต่ ค.ศ.2003 และทำการวิจัยอย่างต่อเนื่องเพื่อวิเคราะห์การตอบข้อสอบคณิตศาสตร์ในเรื่องการแก้ปัญหาว่ามีความสัมพันธ์กับคุณภาพของนักเรียนในปี ค.ศ. 2007 และ 2010 หรือไม่ ผลการวิเคราะห์พบว่า ข้อสอบมีความแตกต่างจากพลังการทำนาย ซึ่งขึ้นอยู่กับคุณภาพของข้อสอบที่เน้นคุณภาพเชิงลึก นักวิเคราะห์ได้จำแนกข้อสอบออกเป็น 16 ประเภท มีข้อสอบ 2 ประเภทที่มีความสัมพันธ์กับความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ในอนาคต บางประเภทนักเรียนจะต้องมีความรู้ ความเข้าใจ และประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติ บางประเภทสัมพันธ์กับเรื่อง อัตรา อัตราส่วน สัดส่วน และ/หรือร้อยละ ข้อสอบเหล่านี้ต้องการให้นักเรียนประยุกต์ใช้แนวคิดพื้นรฐานทางคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาที่ต้องใช้หลายขั้นตอน (Multi-step Problem) ปัญหาที่ไม่ค่อยพบเห็นในชั้นเรียน (Non-routine Problems) เน้นการคิดแบบยืดหยุ่น (Think Flexibly) เข้าใจและแปลข้อมูลสารสนเทศของรูปแบบปัญหาหรือบริบทที่ไม่คุ้นเคย ข้อสอบเหล่านี้ต้องการให้นักเรียนใช้ความสามารถในการคิดหาคำตอบด้วยวิธีหลากหลายในระหว่างการแก้ปัญหา ไม่ใช่คิดเฉพาะการเริ่มต้นในการแก้ปัญหา (Jakubowski, M., 2013, Abstract)

ทฤษฎีการเรียนรู้ที่ใช้ในโรงเรียนจะต้องบูรณาการทั้งแนวคิดทางพฤติกรรมศาสตร์ (Behaviorism) แนวคิดด้านการสร้างองค์ความรู้ (Constructivism) แนวคิดด้านปัญญา (Meta-cognitivism) และแนวคิดด้านสังคมศาสตร์ (Socialism) มาใช้ให้เหมาะสมในชั้นเรียนรวมทั้งการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้สอน

การทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อสอบ O-NET และ PISA ในด้านเนื้อหา ระดับความคิด / การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ และการใช้สถานการณ์และบริบทประกอบโจทย์ปัญหา รวมทั้งการสำรวจความต้องการของครูคณิตศาสตร์ในการพัฒนานักเรียนด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตามพฤติกรรมที่ใช้ความคิดระดับต่าง ๆ โดยเฉพาะระดับการคิดขั้นสูง เพื่อนำไปสู่การปฏิรูปการเรียนการสอน ซึ่งนักเรียนจะเรียนรู้ได้ดีขึ้นอยู่กับการเรียนรู้ของผู้สอน การเรียนรู้ของผู้สอนเป็นการเรียนรู้ของผู้ใหญ่ (Adult Learner) ซึ่งมีหลักการเรียนรู้ ดังนี้ (1) ผู้สอนต้องมีความต้องการและความสนใจ (2) การเรียนรู้ของผู้สอนต้องเกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง (3) ผู้สอนต้องมีความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ที่เป็นแหล่งความรู้เบื้องต้น (4) ผู้สอนส่วนใหญ่สามารถศึกษาด้วยตนเองได้ (5) การเรียนรู้ของผู้สอนเป็นการเรียนรู้ที่เน้นงานเป็นสำคัญ (Task-oriented) มากกว่าเน้นความสำคัญของเนื้อหาวิชา (Subject-oriented) (Knowles, M. et al.,2005) นอกจากนั้นผู้สอนจะประสบความสำเร็จในการสอนต้องใช้ข้อมูลจากนักเรียน รวมทั้งการใช้ความร่วมมือในโรงเรียนเพื่อสร้างบรรยากาศการเพิ่มประสิทธิภาพการเรียนรู้ ซึ่งผู้สอนจะมีความเชื่อมั่นเมื่อต้องตอบคำถาม ผู้สอนต้องสร้างความสัมพันธ์กับทีมผู้สอน แลกเปลี่ยนเรียนรู้และให้ข้อมูลย้อนกลับต่อการจัดการเรียนการสอน

การจัดการศึกษาที่อิงมาตรฐานเป็นผลทำให้ผู้สอนที่ใช้วิธีการสอนแบบดั้งเดิมต้องปรับเปลี่ยนวิธีการคิดและการตัดสินใจ ปัจจุบันการปฏิรูปการศึกษาเน้นการสร้างครูพันธุ์ใหม่ที่สามารถเชื่อมโยงความสำเร็จของผู้เรียนกับความสำเร็จของครู จากแนวคิดของ Cole และ Knowles (2000) ได้กล่าวว่าการเชื่อมโยงผลลัพธ์การเรียนรู้ของนักเรียนและการเรียนรู้ของครูต้องเน้นที่ “การสอนเป็นการวิจัย (Teaching is researching)” ผู้สอนจะต้องรู้ว่านักเรียนต้องการเรียนรู้อะไร และต้องจัดกิจกรรมที่สอดคล้องและประเมินความสำเร็จได้

การวิจัยครั้งนี้เป็นการนำผลการสอบคณิตศาสตร์ O-NET และ PISA เป็นแนวทางการปฏิรูปการเรียนการสอนที่บูรณาการทฤษฎีการเรียนรู้ไปสู่มาตรฐานการศึกษาระดับสากล โดยวิเคราะห์องค์ประกอบด้านต่าง ๆ เกี่ยวกับข้อสอบ และความคิดเห็นของครูคณิตศาสตร์ที่เป็นปัจจัยสำคัญต่อการพัฒนาสมรรถนะของนักเรียน

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ ดังนี้

(1) เพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อสอบคณิตศาสตร์ O-NET และ PISA ในด้านสัดส่วนของเนื้อหา ระดับความคิดและบริบทประเภทต่าง ๆ

(2) เพื่อสำรวจความคิดเห็นของครูคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความต้องการพัฒนาสมรรถนะของนักเรียนในพฤติกรรมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์และแนวทางการปฏิรูปการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่เพิ่มผลสัมฤทธิ์ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ระดับชาติและนานาชาติ

คำถามการวิจัย

(1) ข้อสอบคณิตศาสตร์ O-NET และ PISA มีความสัมพันธ์ด้านเนื้อหา ระดับความคิด และบริบทประเภทต่าง ๆ เป็นสัดส่วนเท่าใด

(2) ความคิดเห็นเกี่ยวกับความต้องการพัฒนาสมรรถนะของนักเรียนในพฤติกรรมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของการวิจัยดังนี้

(1) ข้อสอบ O-NET และ PISA ที่นำมาวิเคราะห์ใช้ช่วงเวลาของการสอบ PISA ในการเทียบเคียงในเรื่องของเนื้อหา กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ลำดับขั้นการคิดของบลูม (Benjamin Bloom) และระดับของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ OECD

(2) ประชากรที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็น 2 ประเภท ประเภทที่ 1 คือ ข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 ถึง 2556 ประเภทที่ 2 คือ ครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนของจังหวัดต่าง ๆ จำแนกตามอนุภาคการศึกษาที่มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่สอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 ถึง 2556 และข้อสอบ PISA 2000 ถึง 2012

กลุ่มตัวอย่างประเภทที่ 1 คือ ข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 และ 2555 ที่เผยแพร่ของสถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติและตรงกับรอบของการสอบ PISA ที่สามารถเผยแพร่ได้ คือ ตัวอย่างข้อสอบ PISA ที่ประเทศสมาชิก OECD ได้เผยแพร่ ในปี 2009 และกลุ่มตัวอย่างที่ 2 คือ ครูคณิตศาสตร์ของโรงเรียนที่เป็นแบบฉบับ (Best Practice) จากอนุภาคการศึกษาซึ่งจำแนกตามเกณฑ์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยพิจารณาจากผลการสอบของนักเรียนในโรงเรียนที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุดของการสอบ O-NET (ค่าเฉลี่ยของผลสอบ PISA ของแต่ละโรงเรียนไม่สามารถเผยแพร่ได้ตามข้อตกลงระหว่าง OECD กับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี)

(3) ตัวแปรการวิจัยประกอบด้วยตัวแปร ดังนี้

3.1 ข้อสอบ O-NET และ PISA ในวิชาคณิตศาสตร์ปีการศึกษา 2552 และ 2555 ที่ตรงกับรอบเวลาของการสอบ PISA คือ ค.ศ. 2009 และ 2012

3.2 ความคิดเห็นของครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนที่เป็นแบบฉบับในอนุภาคการศึกษาที่ค่าเฉลี่ยของผลสอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่สอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 และ 2555 และ PISA 2009 และ 2012 สูงสุด

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

(1) เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อสอบ O-NET และ PISA ในด้านของเนื้อหา ระดับความคิด และบริบทประกอบปัญหาในแต่ละปีการศึกษา

(2) เปรียบเทียบจุดเน้นของข้อสอบ O-NET และ PISA ที่ใช้ประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในด้านต่าง ๆ

(3) ได้ข้อเสนอแนะต่อผู้เกี่ยวข้องในการปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นให้ได้ตามมาตรฐานของชาติและมาตรฐานสากล

นิยามศัพท์เฉพาะ

ข้อสอบ O-NET (Ordinary National Educational Test) หมายถึง แบบทดสอบที่จัดทำขึ้นโดยสำนักงานทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (สทศ.) ซึ่งวัดความรู้ความสามารถทางการศึกษาชั้นพื้นฐาน หลังจากที่เรียนจบระดับชั้นหนึ่ง ๆ ซึ่งในปัจจุบันจะทำการสอบนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และมัธยมศึกษาปีที่ 6

ข้อสอบ PISA (Programme for International Student Assessment) หมายถึง แบบทดสอบที่จัดทำขึ้นโดยองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD) เพื่อที่ประเมินศักยภาพของนักเรียนอายุ 15 ปี ในการใช้ความรู้และทักษะจากการเรียนไปใช้ในชีวิตจริง โดยเรียกสมรรถนะนี้ว่า “การรู้เรื่อง (Literacy)”

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematics Literacy) หมายถึง สมรรถนะของบุคคลในการที่จะบ่งบอกและเข้าใจบทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีในโลก เพื่อให้สามารถตัดสินใจบนพื้นฐานความรู้ที่เข้มแข็ง และเพื่อใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาที่จำเป็นต่อชีวิตของแต่ละบุคคล การงานอาชีพ และชีวิตด้านสังคมในฐานะพลเมืองของชุมชน ประเทศชาติ และ พลโลก

ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Process) หมายถึง ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหา ทักษะกระบวนการการให้เหตุผล ทักษะกระบวนการการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ทักษะกระบวนการเชื่อมโยง และทักษะกระบวนการคิดริเริ่มสร้างสรรค์

เนื้อหาคณิตศาสตร์ หมายถึง เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่แบ่งตามสาระของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานที่เทียบเคียงกับกลุ่มเนื้อหาตามกรอบแนวคิดของ PISA ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ เรขาคณิตและการวัด พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และเนื้อหาคณิตศาสตร์แขนงอื่น ๆ ตามบริบทของปัญหา

ลำดับขั้นการคิดของบลูม หมายถึง ลำดับขั้นการคิด 6 ขั้นที่ได้รับการปรับปรุง ได้แก่ (1) ขั้นความจำ (Remember) (2) ขั้นความเข้าใจ (Understand) (3) ขั้นประยุกต์ (Apply) (4) ขั้นวิเคราะห์ (Analyze) (5) ขั้นประเมินค่า (Evaluate) (6) ขั้นสร้างสรรค์ (Create)

ระดับของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ หมายถึง ระดับการรู้เรื่องที่ QECD กำหนดเป็นเกณฑ์ของคะแนน ดังนี้ ต่ำกว่าระดับ 1 คะแนนต่ำกว่า 357.77, ระดับ 1 คะแนน 357.77 ถึง 420.07, ระดับ 2 คะแนน 420.07 ถึง 482.38, ระดับ 3 คะแนน 482.38 ถึง 544.68, ระดับ 4 คะแนน 544.68 ถึง 606.99, ระดับ 5 คะแนน 606.99 ถึง 669.30, ระดับ 6 คะแนน 669.30 ขึ้นไป

สถานการณ์และบริบทของปัญหา หมายถึง การนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องในชีวิตจริง 4 กลุ่มใหญ่ ได้แก่ บริบทส่วนบุคคล / ส่วนตัว บริบททางการงานอาชีพ บริบททางชุมชน / สังคม และบริบททางวิทยาศาสตร์ (รวมการแก้ปัญหาภายในคณิตศาสตร์)

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าจากเอกสารและงานวิจัยหรือรายงานผลที่เกี่ยวข้องกับผลการประเมิน O-NET ของสถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติในวิชาคณิตศาสตร์ปีการศึกษา 2552 ถึง 2556 ที่ตรงกับรอบเวลาการสอบ PISA ขององค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาเศรษฐกิจ เพื่อเป็นแนวทางและพื้นฐานของการวิจัย โดยแบ่งออกเป็นหัวข้อดังนี้

1. สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
2. กรอบการประเมินคณิตศาสตร์ O-NET
3. กรอบการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ PISA
4. ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
5. งานวิจัยและการศึกษาที่เกี่ยวข้อง

1. สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน กำหนดคำอธิบายรายวิชา (รวมทั้งระบุเวลาเรียนและจำนวนหน่วยกิต) และกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

สาระการเรียนรู้มี 6 สาระหลัก ดังนี้

(1) **จำนวนและการดำเนินการ** : ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

(2) **การวัด** : ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

(3) **เรขาคณิต** : รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อน-ขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

(4) **พีชคณิต** : แบบรูป (Pattern), ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

(5) **การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น** : การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ ในการดำเนินชีวิตประจำวัน

(6) **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์** : การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

การจัดทำรายวิชาของแต่ละระดับชั้นจะแตกต่างกันตามระดับความยากง่ายและลำดับก่อนหลังของเนื้อหา สำหรับหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจัดทำรายวิชาเป็น 2 ประเภท คือ รายวิชาพื้นฐานและรายวิชาเพิ่มเติม รายวิชาต่าง ๆ จะระบุข้อความที่เกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก่อนการระบุคำอธิบายรายวิชาไว้ดังนี้

> ศึกษาและฝึกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อันได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

แต่ละรายวิชาของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นใช้เวลาเรียนสำหรับรายวิชาพื้นฐานตลอดภาคเรียน 60 ชั่วโมง จำนวนหน่วยกิต คือ 1.5 หน่วยกิต สำหรับรายวิชาเพิ่มเติมตลอดภาคเรียนของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เวลาเรียน 40 ชั่วโมง จำนวนหน่วยกิต คือ 1 หน่วยกิต แต่รายวิชาเพิ่มเติมตลอดภาคเรียนของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 ใช้เวลาเรียน 60 ชั่วโมง จำนวนหน่วยกิต คือ 1.5 หน่วยกิต เวลาที่ใช้ในการเรียนแต่ละสาระการเรียนรู้นั้นสถานศึกษาอาจกำหนดแตกต่างกัน (ดูรายละเอียดจากภาคผนวก) รายวิชาพื้นฐานและรายวิชาเพิ่มเติมระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกำหนดหัวข้อของสาระการเรียนรู้ดังนี้

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

คณิตศาสตร์พื้นฐาน 1 : ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย ระบบจำนวนเต็ม เลขยกกำลัง พื้นฐานทางเรขาคณิต

คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 : เศษส่วนและทศนิยม การประมาณค่า คู่อันดับและกราฟ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 1 : การประยุกต์ 1 (รูปเรขาคณิต จำนวนนับ ร้อยละในชีวิตประจำวันและปัญหาชวนคิด) จำนวนและตัวเลข (ระบบตัวเลขโรมันระบบตัวเลขฐานต่างๆและการเปลี่ยนฐานในระบบตัวเลข) การประยุกต์ของจำนวนเต็มและเลขยกกำลัง (การคิดคำนวณและโจทย์ปัญหา) การสร้าง (การแบ่งส่วนของเส้นตรง การสร้างมุมขนาดต่างๆและการสร้างรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน)

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 : การเตรียมความพร้อมในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลในชีวิตประจำวันและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย) พหุนามเอกนาม (การบวก การลบ การคูณและการหารเอกนาม การบวก การลบ การคูณและการหารพหุนามอย่างง่าย) การประยุกต์ 2 (การประยุกต์ของจำนวนและพีชคณิตและการประยุกต์ทางเรขาคณิต**)**

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คณิตศาสตร์พื้นฐาน 3 : อัตราส่วนและร้อยละ การวัด แผนภูมิรูปวงกลม การแปลงทางเรขาคณิต (การเลื่อนขนาน การสะท้อนการหมุน) ความเท่ากันทุกประการ (ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน , มุม – ด้าน – มุม , ด้าน – ด้าน – ด้าน)

คณิตศาสตร์พื้นฐาน 4 : ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง (จำนวนตรรกยะ จำนวนอตรรกยะ รากที่สอง รากที่สาม) การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เส้นขนาน

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3 : สมบัติของเลขยกกำลัง พหุนามและเศษส่วนของพหุนาม การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ การประยุกต์ของการแปลงทางเรขาคณิต

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 : การแยกตัวแประกอบของพหุนามดีกรีสอง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว การแปรผัน

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คณิตศาสตร์พื้นฐาน 5 : พื้นที่ผิวและปริมาตร (การหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก การหาปริมาตรของพีระมิด กรวยและทรงกลม การเปรียบเทียบหน่วยปริมาตร การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร) กราฟ (กราฟเส้นตรง กราฟเส้นตรงกับการนำไปใช้กราฟอื่นๆ) ระบบสมการเชิงเส้น (สมการเชิงเส้นสองตัวแปร กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร) ความคล้าย (รูปที่คล้ายกัน รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันการนำไปใช้)

คณิตศาสตร์พื้นฐาน 6 : อสมการ (คำตอบและกราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว) ความน่าจะเป็น (การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ การนำไปใช้) สถิติ (การกำหนดประเด็นการเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษาและการเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การหาค่ากลางของข้อมูล การเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูล การอ่านการแปลความหมายและการวิเคราะห์ข้อมูล การใช้ข้อมูลสารสนเทศ) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (การเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขยกกำลัง อัตราส่วนและร้อยละ ปริมาตรและพื้นที่ผิว สถิติ ความน่าจะเป็น)

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 5 : กรณฑ์ที่สอง (การบวกการลบการคูณและการหารจำนวนจริงที่อยู่ในรูป$\sqrt{a}$ เมื่อ $a \geq 0$ โดยใช้สมบัติ $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ เมื่อ $a \geq 0$ และ $b \geq 0$และ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$เมื่อ$a \geq 0$และ$b \geq 0$) การแยกตัวประกอบของพหุนาม (การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่าสองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มโดยอาศัยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์หรือใช้ทฤษฎีเศษเหลือ) สมการกำลังสอง (การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้สูตรการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว) พาราโบลา (สมการพาราโบลา กราฟของพาราโบลาที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$) พื้นที่ผิวและปริมาตร (การหาพื้นที่ของพีระมิดกรวยและทรงกลมการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์โดยใช้ความรู้ เกี่ยวกับปริมาตรและพื้นที่ผิว)

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 : การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม สมบัติเกี่ยวกับวงกลม การให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้างรูปเรขาคณิต ระบบสมการ (การแก้ระบบสมการสองตัวแปรที่สมการมีดีกรีไม่เกินสอง) การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการสองตัวแปรที่สมการมีดีกรีไม่เกินสอง วงกลม (วงกลมมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม คอร์ด เส้นสัมผัสวงกลม) เศษส่วนของพหุนาม (การบวก การลบ การคูณและการหารเศษส่วนของพหุนาม การแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม การแก้ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้เสนอแนะการจัดกิจกรรมและการประเมินผลสำหรับรายวิชาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

จัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่ใกล้ตัว ให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุปรายงานเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

การวัดและประเมินผลใช้วิธีการที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริงให้สอดคล้องกับเนื้อหา และทักษะที่ต้องการวัด

2. กรอบการประเมินคณิตศาสตร์ O-NET

O-NET เป็นข้อสอบมาตรฐานของประเทศไทยที่จัดทำขึ้นโดยสถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ ข้อทดสอบ O-NET จะประเมินมาตรฐานการเรียนรู้และคุณภาพผู้เรียนในช่วงชั้นที่กำหนดไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ในที่นี้จะศึกษามาตรฐานการเรียนรู้และคุณภาพผู้เรียนที่สอดคล้องกับการประเมินของ O-NET และ PISA สำหรับผู้เรียนที่จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

มาตรฐานการเรียนรู้และคุณภาพผู้เรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้และคุณภาพผู้เรียนที่จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนี้

มาตรฐานการเรียนรู้ 12 มาตรฐาน

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวน และความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัดวัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คุณภาพผู้เรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

(1) มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

(2) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาวพื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

(3) สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

(4) มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) การหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

(5) สามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

(6) สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้

(7) สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

(8) เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

(9) เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

(10) ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. กรอบการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA

องค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาเศรษฐกิจ (Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD) ได้จัดทำรายงานผลการสอบ PISA ร่วมกับหน่วยงานที่รับผิดชอบในเรื่องการสอบ PISA ของแต่ละประเทศ ประเทศต่าง ๆ ที่ส่งนักเรียนที่มีอายุ 15 ปีเข้าร่วมสอบ PISA ได้พิจารณาเห็นว่า แบบทดสอบ PISA ใช้เปรียบเทียบคุณลักษณะของนักเรียนที่มีความแตกต่างกันในเรื่องโครงสร้างและลำดับเนื้อหาของหลักสูตร แตกต่างกันในเรื่องการประยุกต์ใช้วิธีสอน และบริบทด้านภูมิศาสตร์และวัฒนธรรม นักเรียนอาจเรียนรู้แตกต่างกันตามพื้นฐานทางครอบครัวและคุณภาพของโรงเรียน การประเมินคุณลักษณะจะตรงกันข้ามกับมาตรฐานของหลักสูตรที่แต่ละประเทศได้กำหนดไว้ ทั้งนี้เพราะว่านักเรียนแต่ละคนจะเติบโตเป็นผู้ใหญ่ในอนาคต เขาเหล่านั้นจะเผชิญสิ่งที่ท้าทายและการแข่งขันสำหรับการเข้า

ทำงานประเภทเดียวกันในประเทศของตน แต่ปัจจุบันเศรษฐกิจระดับโลกจะเข้ามามีส่วนทำให้การเทียบมาตรฐานทางการศึกษาในระดับชาติเพียงอย่างเดียวนั้นต้องเปลี่ยนแปลงไปโดยต้องเทียบกับมาตรฐานระดับนานาชาติ ปัจจัยทางเศรษฐกิจและสังคมที่มีอิทธิพลต่อผลการสอบของนักเรียน เช่น ความมั่งคั่งของประเทศที่สามารถจัดสรรงบประมาณด้านการศึกษาได้มากกว่าประเทศที่มีรายได้ต่ำ การศึกษาของผู้ปกครองที่อยู่ในระดับสูงเป็นปัจจัยสำคัญต่อการศึกษาของบุตร เป็นต้น (OECD, 2013)

การประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นการประเมินสมรรถนะของบุคคลในการที่จะบ่งบอกและเข้าใจบทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีในโลก เพื่อให้สามารถตัดสินใจบนพื้นฐานความรู้ที่เข้มแข็ง และเพื่อใช้และผูกพันกับคณิตศาสตร์ที่จะตอบสนองความจำเป็นต่อชีวิตของแต่ละบุคคล ในอันที่จะเป็นพลเมืองที่มีความคิด มีความห่วงใย และสร้างสรรค์สังคม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี , 2554, หน้า 88) ข้อสอบ PISA เป็นข้อสอบที่ประเมินการรู้เรื่องการอ่าน การรู้เรื่องคณิตศาสตร์และการรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ ซึ่งมีรอบของการบริหารการสอบทุก 3 ปี ดังนี้

ตาราง 2.1 รอบของการบริหารการสอบ

รอบปีการสอบ PISA	2000	2003	2006	2009	2012	2015
วิชาที่สอบ	*การอ่าน คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์	การอ่าน *คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ การแก้ปัญหา	การอ่าน คณิตศาสตร์ *วิทยาศาสตร์	*การอ่าน คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์	การอ่าน *คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ การแก้ปัญหา	การอ่าน คณิตศาสตร์ *วิทยาศาสตร์

หมายเหตุ *วิชาหลักที่ใช้ในการสอบ

การประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ปี ค.ศ. 2012 มีสัดส่วนของการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นหลัก (Major Domain) ซึ่งองค์ประกอบของการประเมินมีสัดส่วนของการให้คะแนนแบ่งเป็น 3 กลุ่มคือ กลุ่มกระบวนการ (Process Category) กลุ่มเนื้อหา (Content Category) และกลุ่มบริบท (Context Category) หรือสถานการณ์ปัญหา ดังตาราง 2.2 ถึง ตาราง 2.4 (OECD, 2013, หน้า 38 – 39)

ตาราง 2.2 สัดส่วนของคะแนนกลุ่มกระบวนการ

กลุ่มกระบวนการ	**ร้อยละของคะแนน**
การสร้างสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์	ประมาณร้อยละ 25
การใช้แนวคิด ข้อเท็จจริง กระบวนการและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	ประมาณร้อยละ 50
การแปลความ การประยุกต์ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์	ประมาณร้อยละ 25

ตาราง 2.3 สัดส่วนของคะแนนกลุ่มเนื้อหา

กลุ่มเนื้อหา	**ร้อยละของคะแนน**
การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์	ประมาณร้อยละ 25
ปริภูมิและรูปร่าง	ประมาณร้อยละ 25
ปริมาณ	ประมาณร้อยละ 25
ความไม่แน่นอนและข้อมูล	ประมาณร้อยละ 25

ตาราง 2.4 สัดส่วนของคะแนนกลุ่มบริบท / สถานการณ์ปัญหา

กลุ่มบริบท/ สถานการณ์ปัญหา	ร้อยละของคะแนน
เกี่ยวข้องกับบุคคล	ประมาณร้อยละ 25
เกี่ยวข้องกับอาชีพ	ประมาณร้อยละ 25
เกี่ยวข้องกับสังคม	ประมาณร้อยละ 25
เกี่ยวข้องกับความคิดเชิงวิทยาศาสตร์	ประมาณร้อยละ 25

ข้อสอบ PISA 2012 มี 13 ฉบับ แต่ละฉบับได้ผสมผสานองค์ประกอบทั้งสามด้านทีมีความยากง่ายพอกัน นักเรียนแต่ละคนจะได้ข้อสอบต่างฉบับกัน ซึ่งใช้เวลาทำข้อสอบ 2 ชั่วโมง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2013, หน้า 1) นอกจากนั้นการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ได้กำหนดให้มีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่ต้องประเมิน 8 สมรรถนะ ได้แก่ (1) การคิดและการใช้เหตุผล (Thinking and Reasoning) (2) การสร้างข้อโต้แย้ง (Argumentation) (3) การสื่อสาร (Communication) (4) การสร้างตัวแบบ (Modeling) (5) การตั้งและการแก้ปัญหา (Problem posing and solving) (6) การแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) (7) การใช้สัญลักษณ์ ภาษาและการดำเนินการ (Using symbolic, language and operation) (8) ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Using aids and tools) ข้อสอบที่วัดสมรรถนะทั้งหมดประกอบด้วยข้อสอบเลือกตอบ ข้อสอบเลือกตอบเชิงซ้อน ข้อสอบเขียนตอบอิสระ ข้อสอบเขียนตอบแบบปิด ข้อสอบเขียนตอบสั้น ๆ สาระของเนื้อหาที่สอบประกอบด้วย “จำนวน” “เรขาคณิต” “พีชคณิต-ฟังก์ชัน” “สถิติ” “ความน่าจะเป็น” และ “วิยุตคณิต”

จำนวนข้อสอบของแต่ละเนื้อหาจะแตกต่างกันในแต่ละรอบปีของการสอบตัวอย่างเช่น PISA 2009 ซึ่งประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นวิชารอง มีจำนวนข้อสอบจำแนกตามเนื้อหาและลักษณะข้อสอบกระจายตามตารางที่ 2.5

ตาราง 2.5 ข้อสอบ PISA 2009 จำแนกตามเนื้อหาสาระและจำนวนข้อตามประเภทของข้อสอบ

ข้อสอบคณิตศาสตร์ จำแนกตามเนื้อหาสาระ	จำนวนข้อ					
	ข้อสอบทั้งหมด	เลือกตอบ	เลือกตอบเชิงซ้อน	เขียนตอบอิสระ	เขียนตอบแบบปิด	เขียนตอบสั้น ๆ
จำนวน	11	3	2	-	1	5
สถิติ	9	1	2	4	-	2
เรขาคณิต	9	3	1	3	1	1
ฟังก์ชัน	2	1	1	-	-	-
ความน่าจะเป็น	2	1	1	-	-	-
วิยุตคณิต	2	1	-	-	1	-
พีชคณิต	1	-	-	-	-	-
รวม	36	10	7	7	3	8

ที่มา : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2553, หน้า 106

ผลการประเมินของการสอบ PISA ที่นำมาศึกษาเพื่อการเทียบเคียงสมรรถนะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ผลการประเมินของนักเรียนในประชาคมอาเซียนที่เข้าร่วมการสอบ 3 ปีย้อนหลัง ได้แก่ปี ค.ศ. 2006, 2009 และ 2012 ดังนี้ PISA 2006 มีประเทศที่เข้าร่วม 57 ประเทศ PISA 2009 มีประเทศเข้าร่วม 74 ประเทศ และ PISA 2012 มีประเทศเข้าร่วม 65 ประเทศ (ดูผลประเมินของทุกประเทศในภาคผนวก) ผลประเมินการรู้เรื่องแต่ละด้านของนักเรียนในอาเซียนมีดังนี้

ตาราง 2.6 อันดับและค่าเฉลี่ยของคะแนนการประเมินการรู้เรื่องของนักเรียนอาเซียนในปี ค.ศ. 2006, 2009 และ 2012

รอบปีการสอบ	การรู้เรื่องการอ่าน		การรู้เรื่องคณิตศาสตร์		การรู้เรื่องวิทยาศาสตร์	
PISA	อันดับที่	ค่าเฉลี่ย	อันดับที่	ค่าเฉลี่ย	อันดับที่	ค่าเฉลี่ย
2006						
ไทย	41	417	44	417	46	421
อินโดนีเซีย	48	393	50	391	50	393
2009						
สิงคโปร์	5	526	2	562	4	542
ไทย	53	421	52	419	51	425
อินโดนีเซีย	62	402	68	371	66	383
มาเลเซีย	55	414	57	404	53	422
2012						
สิงคโปร์	3	542	2	573	3	551
ไทย	47	441	50	427	48	444
อินโดนีเซีย	60	396	64	375	64	382
มาเลเซีย	59	398	52	421	53	420
เวียดนาม	19	508	17	511	8	528

การประเมินระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์จะใช้เกณฑ์การประเมิน ดังนี้ ระดับ 6 คือ คะแนนตั้งแต่ 669.30 ขึ้นไป ระดับ 5 คือ คะแนน 606.99 ถึง 669.30 ระดับ 4 คือ คะแนน 544.68 ถึง 606.99 ระดับ 3 คือ คะแนน 482.38 ถึง 544.68 ระดับ 2 ระดับพื้นฐาน คือ คะแนน 420.07 ถึง 482.38 ระดับ 1 คือ คะแนน 357.77 ถึง 420.07 และต่ำกว่าระดับ 1 คือ คะแนนต่ำกว่า 357.77 เกณฑ์การประเมินแต่ละระดับของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของข้อสอบ PISA 2012 ที่เน้นคณิตศาสตร์เป็นหลัก จะแตกต่างจากข้อสอบ PISA 2006 และ 2009 เพียงเล็กน้อยดังตาราง 2.7

ตาราง 2.7 การเปรียบเทียบระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของการสอบ PISA 2006, 2009 และ 2012

PISA 2006 และ 2009	PISA 2012
ระดับ 6 (คะแนน 669.30 ขึ้นไป) - นักเรียนสามารถสร้างความคิดรวบยอดสร้างนัยทั่วไปและใช้ข้อมูลสารสนเทศบนพื้นฐานของการสำรวจ และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อน) ด้วยตนเอง - นักเรียนสามารถเชื่อมโยงข้อมูลสารสนเทศและสร้างแนวคิดและแปลความได้อย่างยืดหยุ่นระหว่างข้อมูล - นักเรียนมีความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลในระดับสูง	**ระดับ 6** (คะแนน 669.30 ขึ้นไป) - นักเรียนสามารถสร้างความคิดรวบยอดสร้างนัยทั่วไปและใช้ข้อมูลสารสนเทศบนพื้นฐานของการสำรวจ และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อน) ด้วยตนเอง *และใช้ความรู้ในบริบทที่ไม่คุ้นเคยได้*`* - นักเรียนสามารถเชื่อมโยงข้อมูลสารสนเทศและสร้างแนวคิดและแปลความได้อย่างยืดหยุ่นระหว่างข้อมูล - นักเรียนมีความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลในระดับสูง

PISA 2006 และ 2009	PISA 2012
- นักเรียนสามารถประยุกต์แนวคิดและความเข้าใจกับสัญลักษณ์ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ต่าง ๆ เพื่อพัฒนาวิธีการและกลยุทธ์ใหม่สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ - นักเรียนสามารถสื่อสารแนวคิดที่สร้างขึ้นได้อย่างชัดเจนและสะท้อนแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับผลการดำเนินงาน การแปลความ การสร้างข้อโต้แย้ง และความเหมาะสมของแนวคิดนี้ต่อสถานการณ์ที่กำหนด	- นักเรียนสามารถประยุกต์แนวคิดและความเข้าใจกับสัญลักษณ์ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ต่าง ๆ เพื่อพัฒนาวิธีการและกลยุทธ์ใหม่สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ - นักเรียนสามารถ*สะท้อนความคิดเกี่ยวกับการกระทำ** และสื่อสารแนวคิดที่สร้างขึ้นได้อย่างชัดเจนและการสะท้อนแนวคิดเกี่ยวข้องกับผลการดำเนินงาน การแปลความ การสร้างข้อโต้แย้ง และความเหมาะสมของแนวคิดนี้ต่อสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 5 (คะแนน 606.99 ถึง 669.30) - นักเรียนสามารถพัฒนาและดำเนินงานกับแบบจำลองสำหรับสถานการณ์ที่ซับซ้อนได้ ระบุข้อจำกัดและสร้างข้อความที่เป็นสมมุติฐานได้ - นักเรียนสามารถเลือก เปรียบเทียบ และประเมินกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่ซับซ้อนและสัมพันธ์กับแบบจำลองเหล่านั้น - นักเรียนสามารถใช้ทักษะการคิด การให้เหตุผล เชื่อมโยงแนวคิด สัญลักษณ์ และสมบัติในการดำเนินงานกับสถานการณ์ได้อย่าง - นักเรียนสามารถสะท้อนการดำเนินงาน สร้างสูตรและสื่อสารถึงการแปลความและการให้เหตุผล	**ระดับ 5** (คะแนน 606.99 ถึง 669.30) - นักเรียนสามารถพัฒนาและดำเนินงานกับแบบจำลองสำหรับสถานการณ์ที่ซับซ้อนได้ ระบุข้อจำกัดและสร้างข้อความที่เป็นสมมุติฐานได้ - นักเรียนสามารถเลือก เปรียบเทียบ และประเมินกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่ซับซ้อนและสัมพันธ์กับแบบจำลองเหล่านั้น - นักเรียนสามารถใช้ทักษะการคิด การให้เหตุผล เชื่อมโยงแนวคิด สัญลักษณ์ และสมบัติในการดำเนินงานกับสถานการณ์ได้อย่าง - นักเรียนสามารถสะท้อนการดำเนินงาน สร้างสูตรและสื่อสารถึงการแปลความและการให้เหตุผล
ระดับ 4 (คะแนน 544.68 ถึง 606.99) - นักเรียนสามารถทำโจทย์คณิตศาสตร์ที่มีแบบจำลองชัดเจนสำหรับสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมที่ซับซ้อน ซึ่งอาจมีข้อจำกัดหรือต้องสร้างข้อความสมมุติฐาน - นักเรียนสามารถเลือกและบูรณาการสิ่งที่แทนแนวคิดที่แตกต่างกัน ซึ่งรวมทั้งสัญลักษณ์ ให้เชื่อมโยงโดยตรงกับสถานการณ์ในโลกจริง - นักเรียนสามารถใช้ทักษะและเหตุผลที่พัฒนาเป็นอย่างดีให้ยืดหยุ่นเข้ากับบริบทของโลกจริงได้อย่างดี - นักเรียนสามารถสร้างและสื่อสารเกี่ยวกับคำอธิบายและข้อโต้แย้งบนพื้นฐานของการแปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตน	**ระดับ 4** (คะแนน 544.68 ถึง 606.99) - นักเรียนสามารถทำโจทย์คณิตศาสตร์ที่มีแบบจำลองชัดเจนสำหรับสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมที่ซับซ้อน ซึ่งอาจมีข้อจำกัดหรือต้องสร้างข้อความสมมุติฐาน - นักเรียนสามารถเลือกและบูรณาการแนวคิดที่แทนด้วยสิ่งที่แตกต่างกัน ซึ่งรวมทั้งสัญลักษณ์ ให้เชื่อมโยงโดยตรงกับสถานการณ์ในโลกจริง - นักเรียนสามารถใช้ทักษะและเหตุผลที่พัฒนาเป็นอย่างดีให้ยืดหยุ่นเข้ากับบริบทของโลกจริงได้อย่างดี - นักเรียนสามารถสร้างและสื่อสารเกี่ยวกับคำอธิบายและข้อโต้แย้งบนพื้นฐานของการแปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตน

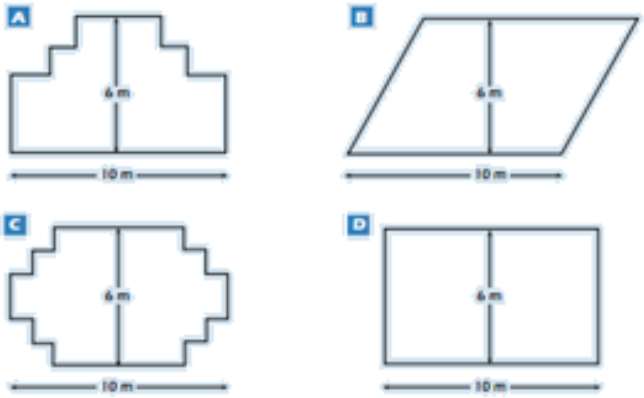
PISA 2006 และ 2009	PISA 2012
ระดับ 3 (คะแนน 482.38 ถึง 544.68) - นักเรียนสามารถอธิบายกระบวนการทำได้อย่างชัดเจน รวมทั้งกระบวนที่ต้องใช้ลำดับขั้นตอนของการตัดสินใจ - นักเรียนสามารถเลือกและประยุกต์กลยุทธ์การแก้ปัญหาอย่างง่ายได้ - นักเรียนสามารถแปลความและใช้สิ่งที่แทนแนวคิดโดยตรงบนพื้นฐานของข้อมูลสารสนเทศและเหตุผลที่แตกต่าง - นักเรียนสามารถพัฒนาการสื่อสารได้อย่างกระทัดรัด ในการจัดทำรายงานเกี่ยวกับการแปลความ ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นและการให้เหตุผล	**ระดับ 3** (คะแนน 482.38 ถึง 544.68) - นักเรียนสามารถอธิบายกระบวนการทำได้อย่างชัดเจน รวมทั้งกระบวนที่ต้องใช้ลำดับขั้นตอนของการตัดสินใจ - นักเรียนสามารถเลือกและประยุกต์กลยุทธ์การแก้ปัญหาอย่างง่ายได้*โดยใช้ความสามารถในการแปลความที่มีประสิทธิภาพ* * - นักเรียนสามารถแปลความและใช้สิ่งที่แทนแนวคิดโดยตรงบนพื้นฐานของข้อมูลสารสนเทศและเหตุผลที่แตกต่าง - *นักเรียนสามารถใช้ร้อยละ เศษส่วน ทศนิยม และทำโจทย์ที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงสัดส่วน ซึ่งผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นแสดงให้เห็นถึงความสามารถในการแปลความและการให้เหตุผลขั้นพื้นฐานได้* *
ระดับ 2 (คะแนน 420.07 ถึง 482.38) - นักเรียนสามารถแปลความและรับรู้สถานการณ์ในบริบทที่มีการอ้างอิงโดยตรง - นักเรียนสามารถสะกัดข้อมูลสารสนเทศจากแหล่งข้อมูล 1 แหล่งและใช้ทำเป็นแบบของสิ่งที่แทนแนวคิดได้ - นักเรียนสามารถใช้ขั้นตอนการคำนวณ สูตร กระบวนการ และข้อตกลงเบื้องต้นได้ - นักเรียนสามารถใช้เหตุผลทางตรงและแปลความของผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นได้	**ระดับ 2** (คะแนน 420.07 ถึง 482.38) - นักเรียนสามารถแปลความและรับรู้สถานการณ์ในบริบทที่มีการอ้างอิงโดยตรง - นักเรียนสามารถสะกัดข้อมูลสารสนเทศจากแหล่งข้อมูล 1 แหล่งและใช้ทำเป็นแบบของสิ่งที่แทนแนวคิดได้ - นักเรียนสามารถใช้ขั้นตอนการคำนวณ สูตร กระบวนการ และข้อตกลงเบื้องต้น *ในการแก้ปัญหาจำนวนเต็มหน่วยได้* * - นักเรียนสามารถใช้เหตุผลทางตรงและแปลความของผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นได้
ระดับ 1(คะแนน 357.77 ถึง 420.07) - นักเรียนสามารถตอบคำถามที่เกี่ยวกับบริบทที่คุ้นเคย โดยที่ข้อมูลทีมีในคำถามได้นิยามไว้ชัดเจน - นักเรียนสามารถระบุข้อมูลและแก้ปัญหาด้วยกระบวนการประจำตามที่มีคำชี้แจงในสถานการณ์อย่างชัดเจน - นักเรียนสามารถทำโจทย์ง่าย ๆจากที่กำหนดให้ได้	**ระดับ 1**(คะแนน 357.77 ถึง 420.07) - นักเรียนสามารถตอบคำถามที่เกี่ยวกับบริบทที่คุ้นเคย โดยที่ข้อมูลทีมีในคำถามได้นิยามไว้ชัดเจน - นักเรียนสามารถระบุข้อมูลและแก้ปัญหาด้วยกระบวนการประจำตามที่มีคำชี้แจงในสถานการณ์อย่างชัดเจน - นักเรียนสามารถทำโจทย์ง่าย ๆจากที่กำหนดให้ได้
ต่ำกว่าระดับ 1 (คะแนนต่ำกว่า 357.77) - นักเรียนไม่สามารถปฏิบัติได้ในระดับ 1 จะถูกประเมินไว้ในระดับ “ต่ำกว่าระดับ 1”	**ต่ำกว่าระดับ 1** (คะแนนต่ำกว่า 357.77) - นักเรียนไม่สามารถปฏิบัติได้ในระดับ 1 จะถูกประเมินไว้ในระดับ “ต่ำกว่าระดับ 1”

หมายเหตุ * แสดงข้อความที่เพิ่มเติมหรือปรับเปลี่ยนจาก PISA 2006 และ 2009

ตัวอย่างข้อสอบต่อไปนี้เป็นข้อสอบเรขาคณิตในสาระที่เกี่ยวกับปริภูมิและรูปร่าง (Space and shape) เป็นข้อสอบที่ประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ระดับ 6

โจทย์ปัญหาช่างไม้

ช่างไม้คนหนึ่งมีท่อนไม้ยาว 32 เมตร ต้องการตัดแบ่งเพื่อล้อมกรอบสวนหย่อม เขามีแบบที่คิดไว้ 4 แบบดังรูป



จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ ใช่ ”หรือ “ไม่ใช่ ”สำหรับการออกแบบสวนหย่อมที่จะใช้ไม้ 32 เมตรได้

แบบสวนหย่อม	การออกแบบสวนหย่อมที่จะใช้ไม้ 32 เมตรได้
แบบ A	ใช่ /ไม่ใช่
แบบ B	ใช่ /ไม่ใช่
แบบ C	ใช่ /ไม่ใช่
แบบ D	ใช่ /ไม่ใช่

เฉลย คำตอบจะเรียงลำดับดังนี้ ใช่ , ไม่ใช่ , ใช่ , ใช่

ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบเชิงซ้อน ซึ่งนักเรียนจะต้องรู้ว่ารูปร่างสองมิติในแบบ A, C, และ D มีความยาวรอบรูปเท่ากัน ดังนั้นจึงต้องหาว่าเส้นรอบรูปของแบบใดที่จะใช้ไม้ 32 เมตร สมรรถนะที่ใช้ในการตอบข้อนี้ คือ การเข้าใจอย่างถ่องแท้ในเรขาคณิต (Geometrical Insight) ทักษะการสร้างข้อโต้แย้ง (Argumentation Skills) และความรู้เชิงเทคนิคบางเรื่องในเรขาคณิต (Technical Geometrical Knowledge) ซึ่งระดับความยากที่ใช้ในการตัดสินเลือกคำตอบที่ถูกต้องจึงอยู่ในระดับ 6 (การวิเคราะห์ระดับข้อสอบจะนำเสนอในบทต่อไป)

4. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนจะได้ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์และทักษะที่สำคัญไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ ทักษะและกระบวนการที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนในระดับโรงเรียนได้เรียนรู้ ฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดขึ้น ประกอบด้วยความสามารถในด้านต่าง ๆ ดังนี้

(1) การแก้ปัญหา

(2) การให้เหตุผลและการพิสูจน์

(3) การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

(4) การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสาระและศาสตร์อื่น ๆที่เกี่ยวข้อง

(5) การคิดริเริ่มสร้างสรรค์

การแก้ปัญหาสำหรับชั้นมัธยมศึกษา

การสอนการแก้ปัญหาควรให้นักเรียนมีทักษะและกระบวนการเรียนรู้ต่อไปนี้

(1) สร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยผ่านการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์และในบริบทอื่นๆ

(2) ใช้วิธีการที่เหมาะสมเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(3) ตรวจสอบและสะท้อนกระบวนการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของตนเองและผู้อื่น

ลักษณะของการแก้ปัญหาในชั้นมัธยมศึกษา

(1) แก้ปัญหาที่ได้รับการเลือกอย่างมีกลยุทธ์และเรียงลำดับอย่างดีเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

(2) จัดให้นักเรียนมีความรู้และมีเครื่องมือที่สามารถช่วยให้นักเรียนคิดสูตร วิธีการและแก้ปัญหานอกเหนือจากที่เคยเรียนมา

(3) เรียนหรือฝึกกลยุทธ์การแก้ปัญหาและสร้างการเชื่อมโยงระหว่างวิธีการที่หลากหลายของการคิดเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

(4) สร้างความคิดรวบยอดในหัวข้อทางคณิตศาสตร์หรือการสรุปเป็นกรณีทั่วๆไป มุมมองที่สำคัญของแนวคิดที่เป็นลักษณะทั่วไป

การให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับชั้นมัธยมศึกษา

ในการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนควรได้รับการปลูกฝังว่าธรรมชาติของคณิตศาสตร์มีความเป็นเหตุเป็นผล นักเรียนสามารถเข้าใจได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง หรือเมื่อครูหรือเพื่อนนักเรียนด้วยกันช่วยอธิบายให้ประสบการณ์ของนักเรียนในโรงเรียน การสอนควรช่วยให้นักเรียนตระหนักดีว่าการแสวงหาและพบคำอธิบายจะช่วยพัฒนาความเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งขึ้น โอกาสสำหรับการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์มีอยู่ทั่วไปตลอดหลักสูตรของโรงเรียนมัธยมศึกษา นักเรียนควรจะได้พัฒนาเจตคติที่ดีต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรยอมรับคำอธิบายของนักเรียนให้มากขึ้นและนักเรียนควรจะพัฒนาบทบาทของวิธีการที่ซับซ้อนมากขึ้นโดยการใช้เหตุผลและการพิสูจน์

การเรียนการสอนในชั้นมัธยมศึกษา ควรช่วยให้นักเรียนทุกคนมีความสามารถในสิ่งต่อไปนี้

(1) รู้ว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นสิ่งที่เป็นพื้นฐานที่สำคัญของคณิตศาสตร์

(2) สร้างและตรวจสอบการคาดเดาทางคณิตศาสตร์

(3) พัฒนาและประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์

(4) เลือกและใช้ประเภทต่างๆของการให้เหตุผลและวิธีพิสูจน์

เหตุผลและการพิสูจน์ ควรจะมีความเป็นธรรมชาติ เป็นส่วนหนึ่งของการอภิปรายให้ความคิดเห็น หรือ โต้แย้ง อย่างต่อเนื่องในชั้นเรียนไม่ว่าจะเป็นการศึกษาเรื่องใดก็ตาม ในชั้นเรียนครูควรคาดหวังนักเรียนที่จะให้คำอธิบายและแสดงให้เห็นถึงข้อสรุปของตนเองเมื่อมีคำถามเช่น นักเรียนกำลังคิดอะไรอยู่ หรือว่าสิ่งนั้นใช่หรือไม่เพราะเหตุใด ควรเป็นคำถามปกติในห้องเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนควรสามารถอธิบายความคิดของตนเองและสนใจที่จะเรียนรู้วิธีการใหม่ๆ ในการมองและคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ต่าง ๆ และสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพสูงขึ้นเรื่อย ๆ (Collins et al., 1989)

การช่วยให้นักเรียนพัฒนานิสัยที่มีศักยภาพของการคิดและให้เหตุผลมีดังต่อไปนี้

(1) ครูเองต้องเข้าใจคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี (Borko and Putnam, 1996) ภายใต้สภาพแวดล้อมในห้องเรียนที่สร้างขึ้น

(2) ครูคณิตศาสตร์ควรชี้นำความสำคัญของการรู้เหตุรู้ผลสำหรับแบบแผนการให้เหตุผลต่าง ๆและความจริงทางคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะประเมินความถูกต้องของคำอธิบายที่นำเสนอ นักเรียนต้องพัฒนาความมั่นใจให้มากพอที่จะให้เหตุผล ตั้งคำถาม สร้างข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ต่อผู้อื่น เช่นเดียวกับที่ตั้งคำถามกับตัวเอง ด้วยวิธีนี้นักเรียนจะขึ้นอยู่กับเหตุและผลมากกว่าขึ้นอยู่กับคนภายนอกมาพิจารณาความถูกต้องของข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

(3) ครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมควรมุ่งมั่นที่จะสร้างบรรยากาศแห่งการพูดคุย ซักถาม การตั้งคำถาม และการรับฟังในชั้นเรียนของนักเรียน ครูผู้สอนควรคาดหวังว่านักเรียนจะแสวงหาแนวทาง และวิจารณ์การอธิบายเพื่อให้ชั้นเรียนกลายเป็นแหล่งของการตรวจสอบ ครูผู้สอนควรช่วยให้นักเรียนได้อภิปราย เกี่ยวกับความเป็นเหตุเป็นผลของคำอธิบายของนักเรียนเอง การวิจารณ์การโต้แย้งและการคาดเดา การวิเคราะห์การอ้างเหตุผลและการอภิปรายเป็นเรื่องที่ละเอียดอ่อน การคาดเดาที่น่าจะเป็นไปได้ควรจะได้รับการกล่าวถึงแม้ว่าการคาดเดานั้น ๆ จะผิดก็ตาม ครูผู้สอนควรให้ความชัดเจนว่าความคิดต่างๆ ของนักเรียนทุกคนมีส่วนร่วม ไม่เฉพาะนักเรียนคนที่เสนอความคิดนั้น ด้วยการแนะแนวทางนักเรียนควรจะพัฒนามาตรฐานให้สูงขึ้นสำหรับการยอมรับคำอธิบาย และนักเรียนควรจะเข้าใจว่าพวกเขามีสิทธิ และความรับผิดชอบในการพัฒนาและแก้ต่างการอ้างเหตุผลของนักเรียนด้วยกันเอง

การสื่อสารสำหรับชั้นมัธยมศึกษา

เป้าหมายของการสื่อสารสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา คือความสามารถในการแลกเปลี่ยนมุมมองอย่างมีประสิทธิภาพด้านคณิตศาสตร์กับคนอื่นๆได้ เนื่องจากการติดต่อสื่อสารเป็นองค์ประกอบพื้นฐานที่สำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ การสร้างความคิดต่างๆ ที่จะให้ข้อมูล หรือการโต้แย้งเพื่อยืนยันให้คนอื่นเชื่อ เป็นส่วนสำคัญของการเรียนรู้ เมื่อมุมมองความคิดได้รับการแลกเปลี่ยนและนำไปสู่การวิเคราะห์ ไตร่ตรอง มุมมองเหล่านั้นมักจะถูกปรับให้ดีขึ้น นักเรียนจะได้รับการพัฒนา การสื่อสารได้ดีขึ้น โดยการอธิบาย การใช้คำพูด สัญลักษณ์และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม นักเรียนจะกลายเป็นนักคิดทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

ลักษณะของการสื่อสารสำหรับชั้นมัธยมศึกษา

ในชั้นมัธยมศึกษา การสอนควรให้ความสนใจเกี่ยวกับความสามารถของนักเรียนที่สร้างความคิดที่ เป็นเหตุเป็นผลต่อเนื่องกันไป มีความสอดคล้องกันและชัดเจน รับฟังความคิดของคนอื่น และคิดเกี่ยวกับความคิดของผู้อื่นเมื่อเขียนหรือพูด นักเรียนมัธยมศึกษาควรสามารถคิดคำอธิบาย ตั้งคำถาม และเขียนข้อโต้แย้ง กับครูหรือเพื่อนได้ นักเรียนควรใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม เป็นผู้ร่วมมือที่ดี ที่ทำงานอย่างมีประสิทธิภาพกับผู้อื่น

บทบาทของครูในการพัฒนาการสื่อสารในชั้นมัธยมศึกษา

ครูระดับมัธยมศึกษาสามารถช่วยนักเรียนให้ใช้การสื่อสาร โดยใช้คำพูดเพื่อเรียนรู้และแบ่งปันทางคณิตศาสตร์ได้ดังต่อไปนี้

(1) ครูต้องช่วยนักเรียนให้อธิบายสิ่งที่พูดให้ชัดเจน ใส่ใจในเงื่อนไขของปัญหาและการอธิบายทางคณิตศาสตร์และกลั่นกรองความคิด

(2) ครูควรจะช่วยให้นักเรียนเขียนข้อความทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนขึ้น และเพิ่มการอ่านตำราเรียนในระดับที่สูงขึ้นให้มากยิ่งขึ้น

(3) ครูจำเป็นที่ต้องให้ความสนใจนักเรียน และตีความได้ว่าอะไรคือสิ่งที่นักเรียนรู้จากสิ่งที่นักเรียนพูดหรือเขียน

(4) ครูตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียนในเรื่องที่เรียนไปแล้วก่อนจะเริ่มสอนเรื่องใหม่

กิจกรรมสามารถช่วยสร้างบรรยากาศในห้องเรียนที่นำไปสู่การแลกเปลี่ยนความคิดที่ทำด้วยความนับถือ ยอมรับซึ่งกันและกัน ยิ่งไปกว่านั้นการให้นักเรียนนำเสนองานในชั้นเรียน และการให้เพื่อนช่วยสะท้อนความคิดว่าได้นำเสนออะไร จะดีกว่าครูเท่านั้นเป็นคนตัดสินความถูกต้องของการนำเสนอ นอกเหนือจากนั้นกิจกรรมยังช่วย นักเรียนปรับปรุงแนวคิดของนักเรียนให้เฉียบคมขึ้นโดยพยายามที่จะสื่อสารด้วยการพูดและการเขียน

ปัญหาที่ต้องการคำอธิบายควรให้นักเรียนทำบ่อย ๆ นักเรียนสามารถอภิปรายและเปรียบเทียบความเหมาะสมและความเพียงพอของการอธิบายเหล่านั้น

การสื่อความหมายสำหรับชั้นมัธยมศึกษา

การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นวิธีการจัดการสิ่งที่ซับซ้อนให้ง่ายต่อการเข้าใจ การสรุป การวิเคราะห์ ซึ่งกระบวนการนี้จะใช้มากในพีชคณิต ได้แก่ สัญลักษณ์ต่าง ๆ กราฟ เมทริกซ์ แผนผังและอื่นๆ ความสำคัญของการสื่อความหมาย คือ ทำให้ง่ายต่อความเข้าใจและการเปรียบเทียบการแสดงข้อมูลให้เป็นภาพจะช่วยสร้างความเข้าใจของนักเรียน นอกจากนี้ การสื่อความหมายช่วยส่งเสริมการให้เหตุผลและเป็นเครื่องมือในการพิสูจน์ เช่น การตรวจสอบความสัมพันธ์ทางสถิติและสร้างความสมเหตุสมผล ให้สังเกตว่าการสื่อความหมายที่ต่างกันให้แนวความคิดที่แตกต่างกันเกี่ยวกับการจัดการสิ่งต่างๆในทางคณิตศาสตร์

ในชั้นมัธยมศึกษาความรู้ของนักเรียนและการใช้การสื่อความหมายควรขยายขึ้นทั้งในขอบเขต และความซับซ้อน ขณะที่นักเรียนศึกษาเนื้อหาใหม่ นักเรียนจะต้องสามารถปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงการสื่อความหมายกลับไปกลับมาได้หลายอย่างที่ตรงประเด็นและถูกต้อง

ในระดับชั้นประถมศึกษา นักเรียนมักจะใช้การสื่อความหมายสามารถนำเสนอได้หลายอย่างเพื่อให้เหตุผลเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ และการกระทำที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้โดยตรงในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น นักเรียนสร้างและใช้การสื่อความหมายเพื่อนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์สำหรับสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่นักเรียนไม่สามารถเข้าใจได้โดยตรง เช่น จำนวน ตรรกยะในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นักเรียนเรียนรู้ในสิ่งที่เป็นนามธรรมมากขึ้น เช่น ฟังก์ชัน เมทริกซ์ และเวกเตอร์

นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา ควรมีความสามารถในการสร้างและตีความแบบจำลองของปรากฏการณ์ที่ซับซ้อนมากขึ้น ดึงข้อมูลที่เกี่ยวข้องได้ในขอบเขตที่กว้าง โดยการระบุลักษณะที่สำคัญของสถานการณ์ และหาวิธีการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับลักษณะของสถานการณ์ดังกล่าว

เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์ช่วยให้เข้าถึงปัญหาและวิธีการที่ยากจะสำรวจในระดับมัธยมศึกษา เพื่อให้ใช้เทคโนโลยีได้อย่างมีประสิทธิภาพ นักเรียนจะต้องทำความคุ้นเคยกับการนำเสนอที่ใช้กันทั่วไปในเทคโนโลยี เครื่องมือซอฟต์แวร์จำนวนมากมีไอคอนพิเศษและสัญลักษณ์ที่มีความหมายเฉพาะ

บทบาทของครูในการพัฒนาการสื่อความหมายสำหรับชั้นมัธยมศึกษา

ครูควรแนะนำให้นักเรียนใช้ภาษา ระเบียบแบบแผน และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ครูควรช่วยให้นักเรียนใช้การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญสำหรับครูที่จะต้องเน้นโดยการนำเสนอที่แตกต่างกันของสิ่งเดียวกันที่สามารถให้ข้อมูลที่แตกต่างกันได้ และจะต้องเน้นการเลือกการนำเสนอที่เหมาะสมกับงานทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะ จริงๆแล้วนักเรียนอาจตีความเนื้อหาสู่การนำเสนออย่างชัดเจนด้วยวิธีการที่แตกต่างจากที่ครูตั้งใจ หรือ นักเรียนอาจคิดค้นการนำเสนอที่มีความหมายส่วนตัวที่ไม่เหมือนกับการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์โดยทั่วไป ดังนั้น ส่วนหนึ่งของบทบาทของครู คือการช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงภาพส่วนตัวของนักเรียนไปสู่การสื่อความหมายตามแบบแผนมากขึ้น วิธีการหนึ่งที่มีประโยชน์มากในการคิดของนักเรียน คือ การให้นักเรียนสร้างการสื่อความหมาย หลังจากนักเรียนสร้างการนำเสนอสำหรับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แล้ว ครูควรแสดงความคิดเห็นเพื่อการพิจารณาและปรับปรุงการนำเสนอเหล่านั้นของนักเรียน ให้โอกาสนักเรียนในการเข้าใจพลังและความสวยงามของคณิตศาสตร์ และสร้างสถานการณ์ที่เอื้ออำนวยให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการนำเสนอในชีวิตจริง

การสอนการแก้โจทย์ปัญหา

นักคณิตศาสตร์ศึกษาได้ใช้ความพยายามหาวิธีสอนแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาเป็นเวลานานแล้ว คำแนะนำที่มีผู้นำไปใช้สอนและวิจัยเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา คือคำแนะนำของ โพลยา (George Polya) จากหนังสือชื่อ How to solve it โพลยาได้ให้คำแนะนำรวม 4 ขั้นตอน ซึ่งเรียกว่าขั้นตอนทั้งสี่ของโพลยา (Polya's Four Steps) ซึ่งเป็นคำแนะนำทั้งทั่วไปและเฉพาะ (ปรากฏในหนังสือ How to solve it) คำแนะนำทั้ง 4 ขั้นตอนของโพลยามีดังนี้

(1) ทำความเข้าใจปัญหา (Understand the problem) ปัญหากำหนดอะไรมาให้ ต้องการหาอะไร เข้าใจความหมายของคำต่างๆในปัญหาหรือไม่

(2) วางแผนแก้ปัญหา (Devise a plane) ใช้ความรู้ที่มีอยู่วางแผนว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร อะไรที่ขาดอยู่จะหาทางนำไปสู่คำตอบได้อย่างไร

(3) ลงมือทำ (Do it) ทำตามแผนที่วางไว้ให้สำเร็จ ถ้ามีปัญหาอย่างไรก็ลองกลับไปทบทวนในขั้นที่ 1 และ 2 อีกครั้งจนกระทั่งได้คำตอบ

(4) ตรวจสอบ (Look back) ตรวจสอบดูว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ สมเหตุสมผลหรือไม่ ถ้าไม่แน่ใจให้กลับไปตรวจสอบในขั้นที่ 1, 2 และ 3 อีกครั้งจนได้คำตอบ

จากหนังสือ How to solve it ทำให้มีผู้สนใจนำขั้นตอนทั้งสี่ของโพลยาไปศึกษาวิจัยว่า การนำขั้นตอนทั้งสี่ไปใช้จะประสบผลสำเร็จในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาหรือไม่ งานวิจัยส่วนมากแสดงว่าการใช้ขั้นตอนทั้งสี่ทำให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา กล่าวคือทำให้ผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาสูงขึ้น การศึกษาที่พยายามจะเข้าใจ พฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหาและหาข้อสรุปเกี่ยวกับปัจจัยที่จะทำให้ประสบความสำเร็จเป็นการศึกษาของ ชอนฟิลด์ (Alan H. Schoenfeld)

ชอนฟิลด์ได้ศึกษาพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหาของนิสิตที่เรียนรายวิชาการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่มหาวิทยาลัยเบอร์คเลย์แห่งรัฐแคลิฟอเนียร์ โดยให้แก้โจทย์ปัญหาที่เตรียมไว้จำนวน 4 ข้อ ที่ต้องแสดงวิธีทำ และได้บันทึกพฤติกรรมไว้ นอกจากนี้ยังได้นำปัญหาชุดเดียวกันนี้ไปทดลองให้อาจารย์ในภาควิชาคณิตศาสตร์ได้ทำด้วย จากการวิเคราะห์ข้อมูล จากพฤติกรรมในการแก้โจทย์ปัญหา ชอนฟิลด์ สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาจะประสบผลสำเร็จหรือไม่นั้นจะมีปัจจัยที่เกี่ยวข้องอยู่ 4 อย่างคือ

(1) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Resources) ซึ่งได้แก่ความรู้ที่แต่ละบุคคลมีอยู่ได้แก่

- ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะแก้ปัญหา
- ความจริงต่างๆทางคณิตศาสตร์
- ขั้นตอนวิธีต่างๆ
- กระบวนการต่างๆที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการซึ่งผู้แก้ปัญหามีอยู่
- ความเข้าใจในเรื่องราวต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

(2) กลวิธีและเทคนิค (Strategies and Techniques) สำหรับการช่วยให้มีช่องทางในการสร้างแนวคิดสำหรับปัญหาที่ไม่คุ้นเคย หรือปัญหาแปลกใหม่ เป็นแนวทางที่ช่วยให้เกิดประสิทธิภาพในการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่

- การวาดรูป สร้างตาราง แผนผัง แนะนำสัญลักษณ์ที่เหมาะสมกับปัญหา
- ใช้การเทียบเคียงกับปัญหาที่คล้ายกัน หรือสัมพันธ์กัน
- ปรับเปลี่ยนปัญหาเสียใหม่
- ทำย้อนกลับ
- ทดสอบ และแสดงว่ากระบวนการที่ใช้เป็นจริง
- ทดลองใช้ตัวเลขน้อยๆ

(3) การกำกับหรือควบคุม (Control) เป็นการตัดสินใจในภาพรวมเกี่ยวกับการเลือก ใช้ความรู้ที่เหมาะสม และกลวิธีได้แก่

- การวางแผน
- การกำกับและประเมินการกระทำที่ผ่านไป
- การตัดสินใจต่อทางเลือกต่าง ๆ
- การกระทำที่ใช้การวิเคราะห์

(4) ระบบความเชื่อ (Believe System) เป็นทัศนะต่อโลกของคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นพฤติกรรมส่วนบุคคลได้แก่ทัศนะ

- เกี่ยวกับคณิตศาสตร์
- เกี่ยวกับหัวข้อที่กำลังแก้ปัญหา
- เกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหาเอง
- เกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมซึ่งมีผลต่อการแก้ปัญหา

หลังสิ้นสุดการวิจัย ชอนฟิลด์ได้เขียนหนังสือชื่อ การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem Solving) ซึ่งได้รับความนิยมในหมู่นักคณิตศาสตร์ศึกษา และผู้สนใจเป็นอันมาก

จอนห์ เมสัน (John Mason) ได้เขียนหนังสือชื่อ Thinking Mathematically ซึ่งเป็นหนังสือเกี่ยวกับกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ เมสันเชื่อว่าทุกคนสามารถเริ่มต้นได้ คำแนะนำต่างๆจะได้ผลต้องลงมือแก้โจทย์ปัญหาไม่ใช่อ่านแต่เพียงอย่างเดียว การแก้โจทย์ปัญหาต้องการ (1) การลงมือทำ (2) ความปรารถนาที่จะทำให้สำเร็จ (3) สติปัญญาของผู้ที่แก้ปัญหา

เมสันให้ความเห็นว่าเมื่อลงมือทำและเกิดการติดขัด การที่จะก้าวข้ามอุปสรรคไปได้ ต้องใช้เวลาและความคิด กับปัญหา ไม่ใช่ใช้เวลาเพียงสองหรือสามนาทีเท่านั้น เมสันให้ปัญหาแก่ผู้อ่านหลายปัญหาต่อเนื่องกันเพื่อผู้อ่านทดลองแก้ พร้อมคำแนะนำในแต่ละขั้นตอนที่ติดขัด

โดยสรุปสิ่งที่เมสันให้คำแนะนำแยกได้เป็น 3 ขั้นตอนซึ่งคล้ายกับขั้นตอนทั้งสี่ของ โพลยา (เมสันได้แสดงความขอบคุณโพลยา สำหรับแรงบันดาลใจไว้ในคำแนะนำหน้า XI)

ขั้นตอน	รายละเอียดเพิ่มเติม
เข้าสู่ปัญหา	เราต้องรู้อะไรบ้าง - อ่านโจทย์ - อะไรที่เกี่ยวข้อง - มีอะไรที่คล้ายกันมาก่อน - มีความคิด ทักษะ ความจริงที่พอจะนำมาใช้ได้หรือไม่ เราต้องการอะไร - แยกแยะและหาข้อมูลที่นำมาใช้ได้ - หากรณีย่อยหรือกรณีเฉพาะของปัญหา
ลงมือแก้ปัญหาอย่างเข้มข้น	หาแนวทาง - การคิด จินตนการ แผนผัง สร้างสัญลักษณ์ที่เหมาะสม - หาสิ่งที่เป็นตัวแทน ภาพแสดงความสัมพันธ์ - ลองหาตัวอย่างเฉพาะ
ทบทวน	การตรวจสอบ - คำนวณ สร้างข้อโต้แย้งเพื่อแสดงว่าสิ่งที่ทำถูกต้อง - ผลการคำนวณเหมาะสมตามสภาพที่เป็นจริงหรือไม่ การสะท้อนผล - มีความชัดเจนที่จะอธิบาย เหตุหรือผล - ความคิดหลัก และผลที่เกิดขึ้น

	การขยายผล - สามารถขยายไปสู่รู้เรื่องที่กว้างขึ้นได้หรือไม่ - ก่อให้เกิดแนวทางใหม่ๆได้หรือไม่ - อะไรจะเกิดขึ้น ถ้าปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเสียใหม่

ได้มีผู้นำปัญหาและแนวทางการแก้โจทย์ปัญหาของเมสันไปใช้ในการฝึกอบรมครู เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) ได้ออกหนังสือชื่อ Problem–solving Technique) เพื่อใช้ในการฝึกอบรมครูประจำการและก่อนประจำการซึ่งใช้ในขั้นตอนทั้งสี่ของโพลยา และเพิ่มเทคนิคการแก้โจทย์ปัญหาเพิ่มขึ้นได้แก่

(1) การสร้างตาราง แผนภูมิ แผนผัง เขียนรายการของข้อมูลต่างๆ

(2) หาแบบรูป

(3) การทำย้อนกลับ (จากท้ายมาข้างต้น)

(4) การเดาแล้วตรวจสอบ และปรับปรุง

ปัญหาที่สร้างขึ้นมีประมาณ 40 ปัญหา ปัญหาทั้งหมดเป็นปัญหาในชีวิตจริง และต้องใช้การคิดนอกกรอบของคณิตศาสตร์ที่สอนอยู่ในโรงเรียน

ครูลลิค และคณะ (Krulik et.al, 1993)) ได้กล่าวถึงการคิดและการให้เหตุผลไว้ว่า

การคิดหมายถึง ความสามารถของบุคคลที่จะไปให้ถึงการสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่มีอยู่ซึ่งอาจใช้การคาดเดา การสรุปย่อสมบัติต่างๆจากความสัมพันธ์ที่มีอยู่จากนั้นจึงสร้างข้อสรุป และอธิบายข้อสรุปนั้นๆ

ครูลลิคได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ระดับคือ

(1) ระดับระลึกได้ (recall) ระดับเบื้องต้น (basic)

(2) ระดับมีวิจารณญาณ (critical)

(3) ระดับสร้างสรรค์ (creative)

(4) การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่ระดับการคิดอยู่สูงกว่าระดับระลึกได้ (recall)

บาโรดี้ (Arthur J. Baroody) ได้แบ่งชนิดของการให้เหตุผลไว้เป็น 3 แบบดังนี้

(1) การให้เหตุผลแบบสหัสญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ไม่ได้ใช้ข้อมูลที่จำเป็นสำหรับการตัดสินใจ ดังนั้นการตัดสินใจขึ้นอยู่กับการได้เห็นผิวเผินหรือความรู้สึกโดยไม่ได้ใช้เหตุผล

(2) การให้เหตุผลแบบอุปมาน (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่สรุปลักษณะร่วมจากตัวอย่างที่หลากหลาย

(3) การให้เหตุผลแบบอนุมาน (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่สรุปผลจากกฎเกณฑ์หรือสิ่งที่เรายอมรับว่าเป็นจริงโดยทั่วไป

ประเทศสิงคโปร์เป็นหนึ่งในประชาคมอาเซียนที่มีรูปแบบของการจัดการเรียนการสอนที่กระตุ้นให้ครูและผู้เรียนมีกรอบการคิดทางคณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาเป็นตัวแบบในการปฏิรูปการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยได้ดังนี้

ภาพที่ 1 กรอบความคิดทางคณิตศาสตร์

ครูคณิตศาสตร์ในประเทศสิงคโปร์จะใช้กรอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนการสอนดังนี้

(1) การสร้างความคิดรวบยอดควรให้นักเรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้ที่หลากหลาย มีการเชื่อมโยงแนวคิดและการประยุกต์ รวมทั้งการใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมช่วยในการสอน การฝึกทักษะ และการใช้เทคโนโลยีในการสร้างความคิดรวบยอด

(2) การสร้างทักษะทางคณิตศาสตร์จะเน้นที่ทักษะการเรียนรู้และการประยุกต์ แต่จะหลีกเลี่ยงทักษะที่ทำซ้ำ ๆ โดยปราศจากความเข้าใจในหลักการทางคณิตศาสตร์ นอกจากนั้นการใช้เทคโนโลยีจะเพิ่มประสิทธิภาพของทักษะและความมั่นใจของนักเรียนในการพัฒนาทักษะการคิดและการวิเคราะห์กระบวนการคิดเช่น การจำแนก การเปรียบเทียบ การจัดลำดับ (ก่อน-หลัง หรือคิดย้อนกลับ) การหาความสัมพันธ์ การอุปนัย การนิรนัย การเห็นภาพเชิงปริภูมิ รวมทั้งการตีความปัญหาให้ชัดเจนและง่ายต่อการแก้ปัญหา

(3) การสร้างกระบวนการทางคณิตศาสตร์จะเน้นที่การให้เหตุผล การสื่อสาร การเชื่อมโยง การประยุกต์และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหาที่อยู่ในชีวิตจริง

(4) การสร้างเจตคติจะเน้นที่การจัดกิจกรรมให้สนุก มีความหมาย และสัมพันธ์กับการสร้างเจตคติเชิงบวก ได้แก่ ความเชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีประโยชน์ ความสนใจและความสนุกในการเรียน การซาบซึ้งในความสวยงามและความสำคัญของคณิตศาสตร์ ความเชื่อมั่นในการใช้คณิตศาสตร์และความอุตสาหะในการแก้ปัญหา

(5) การสร้างอภิปัญญาหรือการคิดเกี่ยวกับการคิด “thinking about thinking” กล่าวคือ การตระหนักถึงความสามารถในการควบคุมกระบวนการคิด การเลือกกลยุทธ์ในการคิดแก้ปัญหา การติดตามตรวจสอบความคิดรวมทั้งการควบคุมตนเอง

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการสอบ PISA มีจำนวนนักเรียนอายุ 15ปี จากโรงเรียนมัธยมศึกษาในประเทศต่าง ๆ ระหว่างปี ค.ศ. 2000 ถึง 2006 ดังนี้ ปี ค.ศ. 2000 มีจำนวนนักเรียนประมาณ 200,000 คน จากประเทศที่เข้าร่วม 43 ประเทศ ปี ค.ศ. 2003 มีจำนวนนักเรียนประมาณ 250,000 คนจากประเทศที่เข้าร่วม 41 ประเทศ ปี ค.ศ. 2006 มีจำนวนนักเรียนประมาณ 400,000 คนจากประเทศที่เข้าร่วม 57 ประเทศ ปี ค.ศ. 2009 มีจำนวนนักเรียนประมาณ 470,000 คน จากประเทศที่เข้าร่วม 74 ประเทศ และ ปี ค.ศ. 2012 จำนวนนักเรียน ประมาณ 510,000 คนจากประเทศที่เข้าร่วม 65 ประเทศ

ประเทศต่าง ๆ ที่ส่งนักเรียนเข้าร่วมสอบข้อสอบ PISA มีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการประเมินคุณภาพของนักเรียนในระดับสากล และเล็งเห็นว่าผลประเมินของ PISA จะช่วยให้เกิดการพัฒนาการเรียนการสอนรวมทั้งบริบทต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง งานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีดังนี้

การวิจัยด้านหนังสือเรียน

การวิจัยหนังสือเรียนของประเทศไต้หวัน ซึ่งมีผลประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง กล่าวคือ ผลประเมิน PISA 2006 อยู่อันดับที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ย 549 คะแนน ผลประเมิน PISA 2009 อยู่อันดับที่ 5 มีคะแนนเฉลี่ย 543 คะแนน ซึ่งน้อยกว่าประเทศจีน (เซี่ยงไฮ้: 600 คะแนน) สิงคโปร์ (562 คะแนน) ฮ่องกง (555 คะแนน) และประเทศเกาหลีใต้ (546 คะแนน) และผลประเมิน PISA 2012 อยู่อันดับที่ 4 มีคะแนนเฉลี่ย 560 คะแนนซึ่งน้อยกว่าประเทศจีน (เซี่ยงไฮ้: 613 คะแนน) สิงคโปร์ (573 คะแนน) และฮ่องกง (561 คะแนน) แต่สิ่งที่ต้องการพัฒนาเพิ่มขึ้น คือ การรู้เรื่องฟังก์ชัน ซึ่งเน้นเรื่องการนำหลักการและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับบริบททางสังคม นักเรียนต้องแสดงสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านอภิปัญญา ได้แก่ การสร้างสิ่งใหม่ การเชื่อมโยง และการให้ผลสะท้อนกลับ (Lee, S., 2013) นักศึกษาปริญญาเอกของมหาวิทยาลัยโคลัมเบียได้ทำดุษฎีนิพนธ์เรื่อง “ การรู้เรื่องฟังก์ชันในข้อสอบ PISA ที่มีอยู่ในหนังสือเรียนของประเทศไต้หวัน ” โดยมีปัญหาของการวิจัย คือ (1) วิธีใดที่จะทำให้การนำเสนอเนื้อหาเพื่อการรู้เรื่องฟังก์ชันสนับสนุนและส่งเสริมการรู้เรื่องฟังก์ชันในข้อสอบ PISA (2) การนำเสนอความรู้ในหนังสือเรียนของประเทศไต้หวันอยู่ในระดับใดเมื่อเทียบกับเกณฑ์การประเมินของข้อสอบ PISA

วิธีดำเนินการวิจัยหนังสือเรียนของประเทศไต้หวันเพื่อตอบโจทย์วิจัยข้อที่ 1 คือ การศึกษาหนังสือเรียน 4 เล่ม ในประเด็นต่อไปนี้

(1) เริ่มต้นด้วยโจทย์ปัญหาที่ตรงตามสถานการณ์จริง
(2) การจัดแนวคิดทางคณิตศาสตร์สัมพันธ์กับสาระทางคณิตศาสตร์
(3) การแปลงปัญหาจากโลกจริงสู่ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างตรงประเด็น
(4) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
(5) การพิจารณาความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ต่อสถานการณ์จริงรวมทั้งการระบุข้อจำกัดของผลลัพธ์

วิธีดำเนินการวิจัยหนังสือเรียนของประเทศไต้หวันเพื่อตอบโจทย์วิจัยข้อที่ 2 คือพิจารณาระดับของความยากของสถานการณ์ปัญหาที่ต้องใช้สมรรถนะตามเกณฑ์ของ PISA

การวิจัยด้านข้อสอบ

นักวิชาการของ CTB/McGraw-Hill สำนักพิมพ์ในสหรัฐอเมริกาได้ทำการศึกษาวิจัยเพื่อปรับปรุงการนำเสนอเนื้อหาในทุกสาระของหนังสือที่ผลิต และสร้างมาตรฐานของข้อสอบเพื่อวัดศักยภาพของนักเรียนในด้านการอ่าน ด้านวิทยาศาสตร์ และด้านคณิตศาสตร์ โดยใช้กรอบมาตรฐานของ PISA มีนักเรียน 7,500 คน จากโรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการในประเทศสหรัฐอเมริกา 105 โรงเรียน ประเทศอังกฤษ 18 โรงเรียน และประเทศแคนาดา 3 โรงเรียน ซึ่งผลการสอบมีความสัมพันธ์กับผลการสอบตามมาตรฐานนานาชาติ (Organization for Economic Cooperation & Development, 2013, para.5)

การวิจัยด้านผู้สอน

Jayna Jenkins (Jenkins, J., 2013) ได้ทำวิจัยศึกษาการทำงานเป็นทีมของครู เรื่อง การใช้กระบวนการแก้ปัญหาในการเพิ่มประสิทธิภาพการสอนของครู โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อการใช้ฐานข้อมูลการตัดสินใจในการพัฒนาประสิทธิภาพการสอนของครูและเพิ่มศักยภาพของผลการเรียนรู้ของนักเรียน ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้คำถามในการสัมภาษณ์ครูในโรงเรียนระดับประถมศึกษา จำนวน 2 ทีม รวม 9 คน มาจากระดับชั้นต่าง ๆ กัน ดังนี้ ทีมที่ 1 มี 5 คน ประกอบด้วยครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 4 คนและการศึกษาพิเศษจำนวน 1 คน ทีมที่ 2 มี 4 คน เป็นครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ครูเหล่านี้ได้เข้าร่วมการฝึกอบรมการพัฒนาวิชาชีพในชุมชนและการทำงานเป็นทีม สำหรับแนวทางการตั้งประเด็นคำถามและการโต้ตอบระหว่างสัมภาษณ์มีดังนี้

ลักษณะของคำถาม	ลักษณะของการติดตามจากคำตอบของผู้รับการสัมภาษณ์
1) จงบอกแนวคิดของการพัฒนาวิชาชีพครู อะไรบ้างที่ทำให้ประสบความสำเร็จ และอะไรบ้างที่ทำให้ไม่ประสบความสำเร็จ	ทำไมสิ่งนี้ทำให้ประสบความสำเร็จ หรือ ทำไมสิ่งนี้ทำให้ไม่ประสบความสำเร็จ
2) จงบอกถึงความร่วมมือในวิชาชีพเกี่ยวกับการสอน ท่านได้ประสบการณ์อะไรจากความร่วมมือที่ทำให้ท่านประสบความสำเร็จในการสอน	ทำไมสิ่งนี้ทำให้ประสบความสำเร็จ หรือ ทำไมสิ่งนี้ทำให้ไม่ประสบความสำเร็จ
3) ในความคิดของท่าน อะไรทำให้ผลของการพัฒนาวิชาชีพประสบความสำเร็จ และอะไรเป็นอุปสรรคต่อการพัฒนาวิชาชีพ 4) ท่านเลือกวิธีการพัฒนาวิชาชีพครูของท่านด้วยตนเองหรือไม่	ถ้าให้เลือกเอง ท่านจะเลือกพัฒนาเรื่องใด ถ้าไม่ได้เลือกเอง ท่านจะรับมอบหมายให้พัฒนาเรื่องใด หรือ เรื่องอะไรที่ท่านต้องการพัฒนา
5) จงบอกความคิดเห็นของท่านเกี่ยวกับการวัดและการประเมินที่ท่านใช้อยู่ในปัจจุบัน	ทำไมท่านจึงเลือกใช้วิธีนั้น ๆ
6) ท่านใช้การวัดผลประเมินผลในการพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างไร 7) ท่านใช้ข้อมูลจากการวัดผลและประเมินผลในการปรับปรุงการสอนอย่างไร	การวัดผลประเมินผลมีผลกระทบเชิงบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหรือไม่ รู้ได้อย่างไร ทำไมจึงมีผลกระทบหรือทำไมจึงไม่มีผลกระทบ
8) ท่านรู้ได้อย่างไรว่านักเรียนเกิดการเรียนรู้	ท่านทำอย่างไรถ้าพบว่านักเรียนไม่เกิดการเรียนรู้
9) จงบอกวิธีการที่ท่านหรือทีมงานของท่านระบุว่านักเรียนต้องการเรียนรู้เพิ่มเติมจากความรู้แกนกลาง	มีอะไรเกิดขึ้นเมื่อพบว่านักเรียนต้องการเรียนรู้เพิ่มเติม
10) อะไรคือความคาดหวังสำหรับการแก้ปัญหาที่ใช้ข้อมูลจากสภาพจริงในโรงเรียนเป็นฐาน	ท่านใช้กระบวนการแก้ปัญหาเป็นทีมหรือแก้ปัญหาด้วยตนเอง

นอกจากการสัมภาษณ์แล้ว Jenkins ได้ใช้การสังเกตและการศึกษาจากการบันทึกของครูพบว่า ข้อมูลจากการทำงานเป็นทีมช่วยให้ครูมีการตัดสินใจบนพื้นฐานข้อมูลของนักเรียนและครูตามสภาพจริงในโรงเรียนและใช้คำถามพื้นฐานเป็นแนวคิด ได้แก่ อะไรคือปัญหา ทำไมปัญหานี้จึงเกิดขึ้น จะแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นอย่างไร และ วิธีการที่ใช้จะได้ผลหรือไม่

การวิจัยครั้งนี้จะวิเคราะห์ข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 และ 2555 ซึ่งตรงกับรอบการสอบข้อสอบ PISA 2009 และ PISA 2012 เพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์ด้านเนื้อหา ระดับความคิด และบริบทที่ใช้ประกอบโจทย์ปัญหา และเพื่อสำรวจความต้องการพัฒนานักเรียนในด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนแบบฉบับที่มีค่าเฉลี่ยของผลการสอบ O-NET สูงสุดในแต่ละอนุภาคการศึกษา และนำไปเป็นต้นแบบสู่การปฏิรูปการเรียนการสอนที่เน้นการสร้างเครือข่ายความร่วมมือระหว่างครูคณิตศาสตร์ต่อไป

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงสำรวจ (Survey Research) ซึ่งเป็นการเก็บข้อมูลจากแบบทดสอบและผลการสอบ O-NET ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (ช่วงชั้นที่ 3) และข้อมูลจากแบบทดสอบและผลการสอบ PISA ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีอายุ 15 ปี โดยผู้วิจัยได้กำหนดวัตถุประสงค์ของการวิจัย 3 ประการ คือ
การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ ดังนี้

(1) เพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อสอบคณิตศาสตร์ O-NET และ PISA ในด้านสัดส่วนของเนื้อหา ระดับความคิด และบริบทประเภทต่าง ๆ

(2) เพื่อสำรวจความคิดเห็นของครูคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความต้องการพัฒนาสมรรถนะของนักเรียนในพฤติกรรมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์และแนวทางการปฏิรูปการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่เพิ่มผลสัมฤทธิ์ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ระดับชาติและนานาชาติ

ผู้วิจัยได้ใช้ข้อมูลที่เป็นแบบทดสอบและผลการสอบของนักเรียนที่สอบ O-NET ในปี พ.ศ. 2552 และ พ.ศ. 2555 จากสำนักงานทดสอบแห่งชาติ สำหรับข้อมูลที่เป็นแบบทดสอบและผลการสอบของนักเรียนที่สอบ PISA ได้ใช้ข้อมูลที่มีการสอบการรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นวิชารอง คือ ค.ศ. 2009 และข้อมูลที่มีการสอบการรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นหลัก คือ ค.ศ. 2012

ผู้วิจัยได้ใช้ข้อมูลการสอบ O-NET จากสถาบันการสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์กรมหาชน) ข้อมูลการสอบ PISA จากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (โครงการ PISA ประเทศไทย) และข้อมูลการสอบ PISA จากเว็บไซต์ของ องค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD) ดังนั้น เพื่อให้การวิจัยบรรลุตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยผู้วิจัยจึงได้กำหนดวิธีดำเนินการวิจัยดังรายละเอียดที่จะนำเสนอตามลำดับดังต่อไปนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

(1) ประชากรที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็น 2 ประเภท ประเภทที่ 1 คือ ข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 ถึง 2556 และข้อสอบ PISA ในช่วงของการสอบปี 2006 ถึง 2012 ประเภทที่ 2 คือ ครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนของจังหวัดต่าง ๆ จำแนกตามอนุภาคการศึกษาที่มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่สอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 ถึง 2556 และที่สอบข้อสอบ PISA 2003 ถึง 2012

(2) กลุ่มตัวอย่างประเภทที่ 1 คือ ข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 และ 2555 ที่เผยแพร่ของสถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติและข้อสอบ PISA ที่สามารถเผยแพร่ได้ คือ ตัวอย่างข้อสอบ PISA ที่ประเทศสมาชิก OECD ได้เผยแพร่ ในปี 2009 และข้อสอบ PISA 2012

กลุ่มตัวอย่างประเภทที่ 2 คือ ครูคณิตศาสตร์ของโรงเรียนที่เป็นแบบฉบับจากอนุภาคการศึกษาซึ่งจำแนกตามเกณฑ์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยพิจารณาจากผลการสอบของนักเรียนในโรงเรียนที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุดของการสอบ O-NET (ค่าเฉลี่ยของผลสอบ PISA ของแต่ละโรงเรียนไม่สามารถเผยแพร่ได้ตามข้อตกลง

ระหว่าง OECD กับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี) จาก 9 อนุภาคการศึกษา ได้แก่ (1) กรุงเทพมหานครและปริมณฑล 4 จังหวัด (2) ภาคกลาง 7 จังหวัด (3) ภาคเหนือบน 8 จังหวัด (4) ภาคเหนือล่าง 9 จังหวัด (5) ภาคอีสานบน 12 จังหวัด (6) ภาคอีสานล่าง 8 จังหวัด (7) ภาคใต้ 14 จังหวัด (8) ภาคตะวันออก 6 จังหวัด (9) ภาคตะวันตก 8 จังหวัด

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

(1) แบบทดสอบ O-NET ปี 2552 และ 2555 และแบบทดสอบ PISA 2009 และ 2012

(2) ผลการสอบ O-NET ปี 2552 และ 2555 และผลการสอบ PISA 2009 และ 2012 จำแนกตามอนุภาคการศึกษา

(3) ตารางวิเคราะห์บริบท เนื้อหาและสมรรถนะความคิดทางคณิตศาสตร์ของแบบทดสอบ

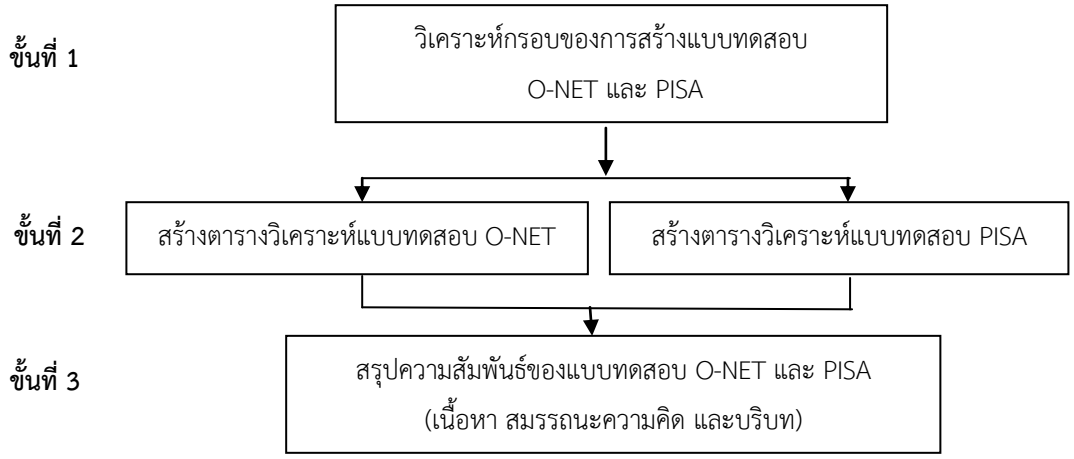
(4) แบบบันทึกค่าเฉลี่ยของผลการสอบ O-NET และ PISA จำแนกตามอนุภาคการศึกษา

(5) แบบสอบถามความคิดเห็น เรื่อง “การรู้เรื่องคณิตศาสตร์” ที่ต้องการให้นักเรียนปฏิบัติได้

(6) แบบสัมภาษณ์การบริหาร การจัดการเรียนการสอนและแหล่งทรัพยากรของโรงเรียนที่นักเรียนมีผลคะแนนในระดับสูง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้วางแผนขั้นตอนการดำเนินงานเพื่อให้สัมฤทธิ์ผลตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยข้อที่ 1 ตามผังการดำเนินงาน ดังนี้



แผนภาพ 3.1 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบทดสอบ O-NET และ PISA

รายละเอียดของการดำเนินงานตามแผนภาพที่ 1มีดังนี้

1. วิเคราะห์กรอบการสร้างแบบทดสอบ ดังนี้

1.1 วิเคราะห์แบบทดสอบ O-NET โดยใช้สาระและทักษะกระบวนการที่กำหนดไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งเป็นกรอบความคิดของการสอบ O-NET ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

(1) เนื้อหาประกอบด้วย 5 สาระดังนี้

สาระที่ 1: จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2: การวัด

สาระที่ 3: เรขาคณิต

สาระที่ 4: พีชคณิต

สาระที่ 5: การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

(2) สมรรถนะความคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยทักษะและกระบวนการต่อไปนี้

ทักษะและกระบวนการที่ 1: การแก้ปัญหา

ทักษะและกระบวนการที่ 2: การให้เหตุผล

ทักษะและกระบวนการที่ 3: การสื่อสาร

ทักษะและกระบวนการที่ 4: การสื่อความหมายและการนำเสนอ

ทักษะและกระบวนการที่ 5: การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ

1.2 วิเคราะห์แบบทดสอบ PISA โดยใช้บริบท เนื้อหาสาระและสมรรถนะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกรอบความคิดของการสอบ PISA ดังนี้

(1) บริบทประกอบด้วย 4 บริบท ดังนี้

บริบทที่ 1: บริบทส่วนบุคคล

บริบทที่ 2: บริบทในการงานอาชีพ

บริบทที่ 3: บริบทในชุมชนหรือสังคม

บริบทที่ 4: บริบททางวิทยาศาสตร์ (บางกรณีเป็นบริบทในคณิตศาสตร์ด้วยกัน)

(2) เนื้อหาประกอบด้วย 4 สาระ ดังนี้

สาระที่ 1: ปริภูมิและรูปทรงสามมิติ

สาระที่ 2: การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์

สาระที่ 3: ปริมาณ

สาระที่ 4: ความไม่แน่นอน

(3) สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 8 สมรรถนะ ดังนี้

สมรรถนะที่ 1: การคิดและการใช้เหตุผล

สมรรถนะที่ 2: การสร้างข้อโต้แย้ง

สมรรถนะที่ 3: การสื่อสาร

สมรรถนะที่ 4: การสร้างตัวแบบ

สมรรถนะที่ 5: การตั้งและการแก้ปัญหา

สมรรถนะที่ 6: การแสดงเครื่องหมายแทน

สมรรถนะที่ 7: การใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ

สมรรถนะที่ 8 การใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ

2. สร้างตารางวิเคราะห์ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย ผู้วิจัยนำกรอบความคิดที่ได้จากขั้นที่ 1 มากำหนดองค์ประกอบของตารางที่จะบันทึกข้อมูล ดังนี้

- ลำดับที่ข้อสอบ
- ปัญหา
- บริบท
- สาระตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน
- ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
- ระดับขั้นการคิดของบลูม (ปรับปรุง)
- ระดับขั้นการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA

3. สรุปความสัมพันธ์ของแบบทดสอบ O-NET และ PISA

ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

3.1 บันทึกข้อมูลลงในตารางโดยจำแนกการวิเคราะห์เป็นตาราง 4 ชุด

ชุดที่ 1: ตารางวิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ O-NET ปี 2552

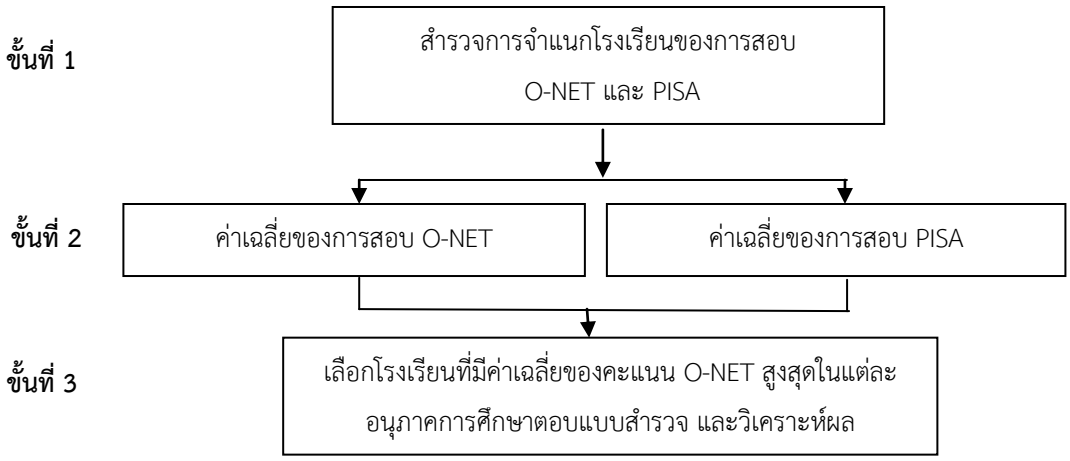
ชุดที่ 2: ตารางวิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ O-NET ปี 2555

ชุดที่ 3: ตารางวิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ PISA ปี 2009

ชุดที่ 4: ตารางวิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ O-NET ปี 2012

3.2 นำข้อมูลของชุดที่ 1 ถึง ชุดที่ 4 ไปวิเคราะห์เพื่อหาสัดส่วนของเนื้อหา บริบท และสมรรถนะความคิดทางคณิตศาสตร์ของข้อสอบ O-NET และ PISA เปรียบเทียบในแต่ละปี

สำหรับการดำเนินงานเพื่อให้สัมฤทธิ์ผลตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยข้อที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินงานตามผังการดำเนินงาน ดังนี้



แผนภาพ 3.2 ขั้นการดำเนินงานการหาระดับความคิดเห็นของครูในโรงเรียนแบบฉบับ (Best Practice)

รายละเอียดของการดำเนินงานตามแผนภาพที่ 2 มีดังนี้

1. สำรวจการจำแนกโรงเรียนของการสอบ O-NET และ PISA

ผู้วิจัยได้นำเกณฑ์การจำแนกโรงเรียนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโลยี ดังนี้

(1) กรุงเทพมหานครและปริมณฑล ประกอบด้วย กรุงเทพมหานคร นนทบุรี ปทุมธานี สมุทรปราการ

(2) ภาคกลาง ประกอบด้วย อยุธยา สระบุรี ลพบุรี สิงห์บุรี ชัยนาท อ่างทอง นครนายก

(3) ภาคเหนือตอนบน ประกอบด้วย เชียงราย เชียงใหม่ แพร่ น่าน พะเยา แม่ฮ่องสอน ลำปาง ลำพูน

(4) ภาคเหนือตอนล่าง ประกอบด้วย ตาก พิษณุโลก เพชรบูรณ์ อุตรดิตถ์ กำแพงเพชร นครสรรค์ อุทัยธานี สุโขทัย พิจิตร

(5) ภาคอีสานตอนบน ประกอบด้วย หนองคาย หนองบัวลำพู เลย อุดร กาฬสินธุ์ นครพนม สกลนคร มุกดาหาร ขอนแก่น มหาสารคาม ร้อยเอ็ด บึงกาฬ

(6) ภาคอีสานตอนล่าง ประกอบด้วย ชัยภูมิ นครราชสีมา บุรีรัมภ์ สุรินทร์ ยโสธร ศรีษะเกษ อุบลราชธานี อำนาจเจริญ

(7) ภาคใต้ ประกอบด้วย ชุมพร ระนอง สุราษฎ์ธานี พังงา กระบี่ ภูเก็ต นครศรีธรรมราช ตรัง พัทลุง สงขลา สตูล ปัตตานี ยะลา นราธิวาส

(8) ภาคตะวันออก ประกอบด้วย ฉะเชิงเทรา ชลบุรี ระยะ ตราด ปราจีนบุรี สระแก้ว จันทบุรี

(9) ภาคตะวันตก ประกอบด้วย สมุทรสาคร สมุทรสงคราม นครปฐม กาญจนบุรี สุพรรณบุรี ราชบุรี เพชรบุรี ประจวบคีรีขันธ์

2. หาค่าเฉลี่ยของผลการสอบ O-NET และ PISA

ผู้วิจัยได้ข้อมูลผลการสอบ O-NET ของนักเรียนทั่วประเทศระหว่าง พ.ศ. 2552 – 2556 ซึ่งเป็นคะแนนที่ยังไม่ได้คำนวณค่าเฉลี่ยจากสถาบันการสอบทางการศึกษาแห่งชาติ และข้อมูลผลการสอบ PISA ของนักเรียนทั่วประเทศในปี ค.ศ. 2009 และ 2012 ซึ่งเป็นข้อมูลที่คำนวณค่าเฉลี่ยจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

เนื่องจากข้อมูลผลการสอบ PISA เป็นข้อมูลที่สามารถเปิดเผยได้ภายใต้กรอบของข้อตกลงระหว่างองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (OECD) กับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ดังนั้น ผู้วิจัยได้คำนวณค่าเฉลี่ยของผลการสอบ O-NET ในปีการศึกษา 2552 และ 2555 เพื่อนำไปหาโรงเรียนที่เป็นแบบฉบับโดยพิจารณาโรงเรียนที่มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุดในแต่ละอนุภาคการศึกษา

3. ส่งแบบสำรวจความคิดเห็นเกี่ยวกับความต้องการพัฒนานักเรียนในด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์และแนวทางการปฏิรูปการเรียนการสอนของแต่ละอนุภาคการศึกษา รวม 9 อนุภาคการศึกษา

สำหรับแบบสำรวจความต้องการประกอบด้วยพฤติกรรมของนักเรียน 24 พฤติกรรม จากระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตามกรอบความคิดของ PISA เรียงจากพฤติกรรมการรู้เรื่องระดับสูงไปต่ำดังนี้

(1) สามารถใช้สาระและข้อมูลที่ได้จากการสำรวจตรวจสอบของตนเองนำมาลงเป็นข้อสรุปและสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และจำลองสถานการณ์ที่ซับซ้อนออกมาสร้างเป็นตัวแบบคณิตศาสตร์ได้

(2) สามารถเชื่อมโยงข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆหรือจากการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ นำมาเชื่อมโยงระหว่างกันได้

(3) สามารถใช้เหตุผล และใช้ความคิดระดับสูงในเชิงคณิตศาสตร์ สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือสถานการณ์ต่าง ๆ และสามารถเข้าใจและปฏิบัติภารกิจทางคณิตศาสตร์

(4) สามารถสร้างวิธีการคิดหรือกลยุทธ์ใหม่ในการจัดการกับปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยหรือไม่เคยพบมาก่อน

(5) สามารถสร้างสูตรคณิตศาสตร์จากแนวคิดหรือข้อมูลที่มี

(6) สามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้องแม่นยำ เพื่อบอกถึงสิ่งที่ตนพบ ตีความ แปลความ โต้แย้ง และอธิบายความสอดคล้องเหมาะสมของสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้กับสถานการณ์ที่เป็นมาตั้งแต่ต้น

(7) สามารถสร้างตัวแบบ และใช้ตัวแบบในเรื่องที่มีความซับซ้อน สามารถระบุบอกข้อจำกัดและข้อตกลงเบื้องต้นเฉพาะเรื่องนั้น ๆ สามารถเลือก เปรียบเทียบ และประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนที่สัมพันธ์กับตัวแบบ

(8) สามารถใช้ทักษะการคิดและทักษะการใช้เหตุผล การเชื่อมโยง การนำเสนอรูปแบบต่าง ๆ สัญลักษณ์และลักษณะของโจทย์คณิตศาสตร์ และมองเห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงกับสิ่งเร้าที่เป็นส่วนประกอบของสถานการณ์

(9) สามารถคิดวิเคราะห์การทำงานของตน สามารถสร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

(10) สามารถสื่อสารถึงการแปลความ ตีความ และการใช้เหตุผลของตนได้

(11) สามารถทำโจทย์คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่มีตัวแบบชัดเจน และเป็นสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมที่ค่อนข้างซับซ้อน ซึ่งอาจมีข้อจำกัดบ้างหรือต้องมีการกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นบ้าง

(12) สามารถเลือกและผสมผสานรูปแบบต่าง ๆ ที่มีให้ รวมทั้งรูปแบบของสัญลักษณ์ด้วย โดยนำมาเชื่อมโดยตรงกับสถานการณ์ในโลกจริง

(13) สามารถใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนามาแล้ว และสามารถใช้เหตุผลอย่างยืดหยุ่นได้ และมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งเร้าในสถานการณ์นั้น ๆ ได้ดี

(14) สามารถสร้างคำอธิบายและข้อโต้แย้ง และสื่อสารคำอธิบายและข้อโต้แย้งบนพื้นฐานของการแปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตน

(15) สามารถทำโจทย์ที่มีวิธีการบอกไว้อย่างชัดเจน รวมทั้งโจทย์ที่ตัดสินใจเลือกลำดับขั้นตอนด้วย

(16) สามารถเลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อนสำหรับการแก้ปัญหา

(17) สามารถแปลความและใช้สถานการณ์ที่นำเสนอมาจากหลายแหล่ง และสามารถให้เหตุผลได้ตามแหล่งที่มีนั้น ๆ สามารถสร้างคำอธิบาย หรือรายงานการตีความ แปลความนั้น ๆ

(18) สามารถแสดงการใช้เหตุผลได้ และสามารถบอกสื่อสารผลที่เกิดขึ้น

(19) สามารถตีความและรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน ที่ต้องการการอ้างอิงไม่เกินสองตัวแปร

(20) สามารถสกัดสาระสำคัญจากแหล่งข้อมูลแหล่งเดียวและสามารถใช้สถานการณ์ที่นำเสนออย่างง่ายชั้นเดียว

(21) สามารถใช้วิธีการคิด สูตรคณิตศาสตร์ วิธีการ หรือข้อตกลงเบื้องต้น สามารถใช้เหตุผลตรงไปตรงมาและตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมา

(22) สามารถตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่คุ้นเคย ที่มีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามต้องถามอย่างชัดเจน

(23) สามารถระบุสาระที่ต้องการและสามารถทำโจทย์แบบเดิมที่คุ้นเคยที่มีวิธีการทำหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน

(24) สามารถทำโจทย์ตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้

PISA ได้จำแนกพฤติกรรมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็น 6 ระดับ และระบุคะแนนการสอบของแต่ละระดับดังนี้

ระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์	พฤติกรรม	คะแนนการสอบ
ระดับ 6	ข้อ 1, 2, 3, 4, 5, 6	> 669.30 คะแนน
ระดับ 5	ข้อ 7, 8, 9, 10	606.99 – 669.30 คะแนน
ระดับ 4	ข้อ 11, 12, 13, 14	544.68 – 606.99 คะแนน
ระดับ 3	ข้อ 15, 16, 17, 18	482.38 – 544.68 คะแนน
ระดับ 2	ข้อ 19, 20, 21	420.07 – 482.38 คะแนน
ระดับ 1	ข้อ 22, 23, 24	357.77 – 420.07 คะแนน

หมายเหตุ ถ้านักเรียนไม่สามารถแสดงพฤติกรรมที่ระดับ 1 ได้ จะถูกจัดกลุ่ม “ต่ำกว่าระดับ 1”

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยใช้ค่าสถิติในการวิเคราะห์ ดังนี้

1. การหาค่าเฉลี่ย (mean)

$$\overline{X} = \frac{\sum x}{n}$$

โดย $\overline{X}$ คือ ค่าเฉลี่ย

$\sum x$ คือ ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

n คือ จำนวนนักเรียนที่เข้าสอบ

การประเมินความต้องการ ใช้การประเมินแบบลิเคิร์ท (Likert) ที่มี 5 ระดับ ที่กำหนดค่าระดับความต้องการดังนี้ ระดับ 5 มากที่สุด, ระดับ 4 มาก, ระดับ 3 ปานกลาง, ระดับ 2 น้อย และระดับ 1 น้อยที่สุด โดยมีเกณฑ์การแปลความหมายแสดงความต้องการ ดังนี้

4.51 – 5.00	หมายถึง มากที่สุด
3.51 – 4.50	หมายถึง มาก
2.51 – 3.50	หมายถึง ปานกลาง
1.51 – 2.50	หมายถึง น้อย
1.00 – 1.50	หมายถึง น้อยที่สุด

บทที่ 4
ผลการวิจัย

ผู้วิจัยนำข้อมูลทั้งหมดของแบบทดสอบ O-NET และ PISA และผลการสอบของนักเรียนจากการสอบ O-NET และ PISA มาวิเคราะห์เป็น 2 ตอน คือ **ตอนที่ 1** ผลการวิเคราะห์เนื้อหา ระดับความคิด และบริบทของข้อสอบ O-NET และ PISA โดยจำแนกตามสาระคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับความคิดขั้นต่าง ๆ ของบลูม (ปรับปรุง) และ บริบทตามกรอบแนวคิดการวัด การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA **ตอนที่ 2** ผลการวิเคราะห์เกี่ยวกับความต้องการพัฒนานักเรียนด้านสมรรถนะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์เนื้อหา ระดับความคิด และบริบท

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ด้านเนื้อหา ผู้วิจัยได้นำกรอบแนวคิดของข้อสอบ O-NET และ ข้อสอบ PISA ไปวิเคราะห์ก่อนจัดทำเป็นเกณฑ์ประกอบการวิเคราะห์เนื้อหารายข้อของการสอบ ได้ข้อมูลดังตาราง 4.1

ตาราง 4.1 ความสัมพันธ์ด้านเนื้อหาระหว่างข้อสอบ O-NET และ ข้อสอบ PISA

ข้อสอบ O-NET	**ข้อสอบ PISA**
เนื้อหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 5 สาระ* ได้แก่ 1. จำนวนและการดำเนินการ(Number and Operations) 2. การวัด (Measurement) 3. เรขาคณิต (Geometry) 4. พีชคณิต (Algebra) 5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (Data Analysis and Probability)	เนื้อหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 4 เนื้อหา ได้แก่ 1. การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships) 2. ปริภูมิและรูปทรง (Space and Shape) 3. ปริมาณ (Quantity) 4. ความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data)

หมายเหตุ * หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานมี 6 สาระ โดยสาระที่ 6 คือ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ งานวิจัยนี้จัดสาระที่ 6 เป็นพฤติกรรมที่ต้องการพัฒนาให้เกิดแก่นักเรียน

จากตาราง 4.1 พบว่าเนื้อหาของข้อสอบ O-NET และข้อสอบ PISA มีความสัมพันธ์ที่เทียบเคียงกันได้ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ↔ เนื้อหาด้านปริมาณ

สาระที่ 2 และ 3 การวัดและเรขาคณิต ↔ เนื้อหาด้านปริภูมิและรูปทรง

สาระที่ 4 พีชคณิต ↔ เนื้อหาด้านการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ↔ เนื้อหาด้านความไม่แน่นอนและข้อมูล

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ด้านระดับความคิด ผู้วิจัยได้สร้างตารางเปรียบเทียบระดับความคิด ของบลูม (ปรับปรุง) 6 ระดับ เปรียบเทียบกับระดับพฤติกรรมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตามกรอบของข้อสอบ PISA ก่อนจัดทำเป็นเกณฑ์ประกอบการวิเคราะห์ข้อสอบทุกข้อ ซึ่งผลการวิเคราะห์เทียบเคียงได้ดังตาราง 4.2

ตาราง 4.2 ความสัมพันธ์ด้านความคิดระหว่างข้อสอบ O-NET กับข้อสอบ PISA

ข้อสอบ O-NET	**ข้อสอบ PISA**
ระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง) ประกอบด้วย 6 ระดับ * โดยเรียงจากระดับขั้นต่ำ (Lower Order Thinking Skills : LOTS) จากระดับ 1 ถึงระดับ 3 ไปยังระดับขั้นสูง (Higher Order Thinking Skills: HOTS) จากระดับ 4 ถึงระดับ 6 ดังนี้ ระดับ 1 ความรู้ความจำ ระดับ 2 ความเข้าใจ ระดับ 3 การนำไปใช้ ระดับ 4 การวิเคราะห์ ระดับ 5 การประเมินค่า ระดับ 6 การสร้างสรรค์	ระดับพฤติกรรมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 6 ระดับ (ดูในภาคผนวก) โดยเริ่มจากระดับขั้นต่ำไปสู่ระดับขั้นสูง จุดเน้นของพฤติกรรมมีดังนี้ ระดับ 1 ตอบคำถามที่คุ้นเคยได้ ระดับ 2 ตอบคำถามที่ต้องการการอ้างอิงไม่เกินสองตัว ระดับ 3 ตัดสินใจเลือกลำดับขั้นตอนได้ ระดับ 4 สร้างคำอธิบายและสร้างข้อโต้แย้งได้ ระดับ 5 สร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน สามารถระบุข้อจำกัด เลือกและประเมินกลยุทธ์พร้ออธิบายเหตุผลได้ ระดับ 6 สร้างวิธีคิดหรือกลยุทธ์ใหม่ และสื่อสารลงข้อสรุปแสดงความเชื่อมโยงของข้อมูลในสถานการณ์ได้อย่างถูกต้องแม่นยำและสอดคล้องกับสถานการณ์

หมายเหตุ * ระดับความคิดจะเป็นลำดับก่อนหลัง เช่น ถ้าข้อสอบอยู่ในระดับ 3 การนำไปใช้ แสดงว่าข้อสอบนั้นต้องใช้ความรู้ความจำและความความเข้าใจด้วย

เนื่องจากข้อสอบ O-NET และข้อสอบ PISA กำหนดวัตถุประสงค์ของการวัดต่างกัน กล่าวคือ ข้อสอบ O-NET วัดความคิดด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ซึ่งสอดคล้องกับระดับความคิดของบลูม ได้แก่ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า นักการศึกษาปัจจุบันเห็นว่าการสังเคราะห์ที่เน้นการสร้างสิ่งใหม่หรือการพัฒนาสิ่งเดิมให้ดีขึ้นควรจัดเป็นการคิดสร้างสรรค์ ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงวิเคราะห์ความคิดโดยใช้ขั้นตอนที่เปลี่ยนระดับการสังเคราะห์เป็นระดับการสร้างสรรค์ซึ่งสูงกว่าการประเมินค่า นอกจากนั้นข้อสอบ O-NET คำนึงถึงความสอดคล้องกับมาตรฐานที่กำหนดไว้ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำหรับข้อสอบ PISA วัดพฤติกรรมหรือสมรรถนะด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ต้องแก้ปัญหาในบริบทจากสภาพจริงในโลก

อย่างไรก็ตามการวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อการปฏิรูปการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทย ผู้วิจัยจึงวิเคราะห์ระดับพฤติกรรมด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA บนพื้นฐานของระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง) เช่น ข้อสอบของ PISA ที่วัดระดับ 1 บางบริบทจะเทียบเท่ากับระดับ 2 ความเข้าใจ หรือข้อสอบ PISA ที่วัดระดับ 3 บางบริบทต้องมีการประเมินค่าก่อนตัดสินใจเลือกลำดับขั้นตอน ซึ่งตัวอย่างการเปรียบเทียบจะอภิปรายในบทที่ 5

การวิความสัมพันธ์ด้านบริบท ผู้วิจัยได้ใช้บริบทที่กำหนดในกรอบแนวคิดของข้อสอบ PISA ได้แก่บริบทส่วนบุคคลหรือส่วนตน บริบททางการงานอาชีพ บริบททางชุมชนหรือสังคม และบริบททางวิทยาศาสตร์ซึ่งรวมทั้งบริบทการแก้ปัญหาที่เชื่อมโยง

ภายในคณิตศาสตร์โดยตรง การใช้เกณฑ์นี้จะช่วยเป็นแนวทางให้ครูคณิตศาสตร์ได้ใช้บริบทที่หลากหลายในการจัดการเรียนการสอน

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์กรอบการสร้างแบบทดสอบ O-NET ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ครบทุกข้อของข้อสอบในปีการศึกษา 2552 และ 2555 ได้ผลของการวิเคราะห์จำนวนข้อสอบที่วัดระดับความคิดขั้นต่าง ๆ ตามหลักการของบลูม (ปรับปรุง) ของแบบทดสอบในปี พ.ศ.2552 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ดังตาราง 4.3 และผลของการวิเคราะห์จำนวนข้อสอบที่จำแนกตามบริบทในสถานการณ์จริงตามกรอบแนวคิดของ PISA ของแบบทดสอบในปีการศึกษา 2552 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ดังตาราง 4.4

ตาราง 4.3 ผลการวิเคราะห์ระดับความคิดขั้นต่าง ๆ ของแบบทดสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์กับระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง)

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์	**ระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง)**						**รวม**
	ระดับ 1	ระดับ 2	ระดับ 3	ระดับ 4	ระดับ 5	ระดับ 6	(ข้อ)
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ	-	2	2	4	-	-	8
สาระที่ 2 เรขาคณิตและการวัด	-	1	8	3	-	-	12
สาระที่ 3 พีชคณิต	-	2	-	1	-	-	3
สาระที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	-	2	-	1	-	-	3
สาระที่ 5 อื่นๆ *	-	4	-	-	-	-	4
รวม	-	11	10	9	-	-	30

หมายเหตุ * สาระอื่น ๆ ที่ไม่ปรากฏในหลักสูตร เช่น วิยุตคณิต

ผลการวิเคราะห์จากตาราง 4.3 พบว่าข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 มีข้อสอบทั้งสิ้น 30 ข้อ โดยมีเนื้อหาที่มากที่สุด คือ สาระที่ 2 เรขาคณิตและการวัด 12 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 40 และเนื้อหาที่น้อยที่สุด มี 2 สาระ คือ สาระที่ 3 พีชคณิต 3 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 10 และสาระที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็นมี 3 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 10 สำหรับระดับความคิดของข้อสอบ O-NET ส่วนใหญ่เน้นความคิดระดับ 2 คือ ความเข้าใจ 11 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 36.67 (โดยประมาณ) รองลงมา คือ ความคิดระดับ 3 การนำไปใช้ 10 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 33.33 (โดยประมาณ) และความคิดระดับ 4 การวิเคราะห์ 9 ข้อ คิดเป็น ร้อยละ 30

ตาราง 4.4 ผลการวิเคราะห์บริบทของข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ตามบริบทของข้อสอบ PISA

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์	บริบทหรือสถานการณ์ตามกรอบแนวคิดของ PISA				รวม
	ส่วนบุคคล	การงานอาชีพ	ชุมชน/สังคม	วิทยาศาสตร์*	(ข้อ)
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ	1	-	1	6	8
สาระที่ 2 เรขาคณิตและการวัด	-	-	1	11	12
สาระที่ 3 พีชคณิต	-	-	1	2	3
สาระที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	-	-	1	2	3
สาระที่ 5 อื่นๆ	1	-	1	2	4
รวม	2	-	5	23	30

หมายเหตุ * บริบทวิทยาศาสตร์ของข้อสอบ O-NET เป็นโจทย์ปัญหาภายในคณิตศาสตร์

ผลการวิเคราะห์จากตาราง 4.4 พบว่าข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 ทั้งหมด 30 ข้อ มีบริบทหรือสถานการณ์ตามกรอบแนวคิดของ PISA จำนวน 3 บริบท บริบทที่มากที่สุด คือ บริบทของวิทยาศาสตร์ที่เกี่ยวกับสาระภายในคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้เชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ จำนวน 23 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 76.67 (โดยประมาณ) และบริบทหรือสถานการณ์ที่น้อยที่สุด คือ บริบทส่วนบุคคล จำนวน 2 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 6.67 (โดยประมาณ)

สำหรับการวิเคราะห์ข้อสอบของข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2555 ได้ดำเนินการเช่นเดียวกัน โดยผลการวิเคราะห์ระดับความคิดขั้นต่าง ๆ ตามหลักการของบลูมแสดงไว้ในตาราง 4.5 และผลการวิเคราะห์บริบทที่นำมาใช้ประกอบการออกข้อสอบตามกรอบแนวคิดของ PISA แสดงไว้ในตาราง 4.6

ตาราง 4.5 ผลการวิเคราะห์ระดับความคิดขั้นต่าง ๆ ของข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2555 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์กับระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง)

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์	**ระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง)**						**รวม**
	ระดับ 1	ระดับ 2	ระดับ 3	ระดับ 4	ระดับ 5	ระดับ 6	(ข้อ)
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ	-	2	1	4	-	-	7
สาระที่ 2 เรขาคณิตและการวัด	-	1	4	5	-	-	10
สาระที่ 3 พีชคณิต	-	2	1	1	-	-	4
สาระที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	-	2	1	-	-	-	3
สาระที่ 5 อื่นๆ	-	2	-	4	-	-	6
รวม	-	9	7	14	-	-	30

ผลการวิเคราะห์จากตาราง 4.5 พบว่าข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2555 มีข้อสอบทั้งสิ้น 30 ข้อ โดยมีเนื้อหาที่มากที่สุด คือ สาระที่ 2 เรขาคณิตและการวัด10 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 33.33 (โดยประมาณ) และเนื้อหาที่น้อยที่สุด คือ สาระที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น3 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 10 สำหรับระดับความคิดขั้นสูงสุดของแบบทดสอบ O-NET คือ ระดับ 4 ขั้นวิเคราะห์ มี 14 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 46.67 โดยข้อสอบของสาระที่ 2เรขาคณิตและการวัด วัดระดับการคิดขั้นวิเคราะห์มากที่สุด 5 ข้อ

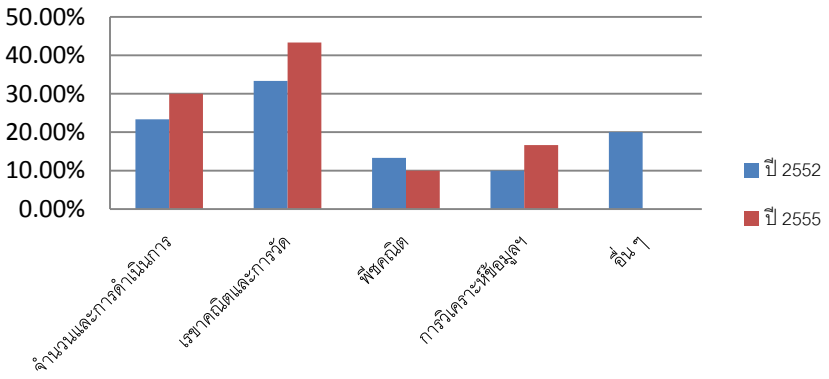
ตาราง 4.6 ผลการวิเคราะห์บริบทของข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2555 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์กับบริบทของข้อสอบ PISA

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์	บริบทหรือสถานการณ์ตามกรอบแนวคิดของ PISA				รวม
	ส่วนบุคคล	การงานอาชีพ	ชุมชน/สังคม	วิทยาศาสตร์*	(ข้อ)
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ	-	-	2	5	7
สาระที่ 2 เรขาคณิตและการวัด	-	-	1	9	10
สาระที่ 3 พีชคณิต	-	-	-	4	4
สาระที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	-	-	2	1	3
สาระที่ 5 อื่นๆ	2	-	-	4	6
รวม	2	-	5	23	30

หมายเหตุ * บริบทวิทยาศาสตร์ของข้อสอบ O-NET เป็นโจทย์ปัญหาภายในคณิตศาสตร์

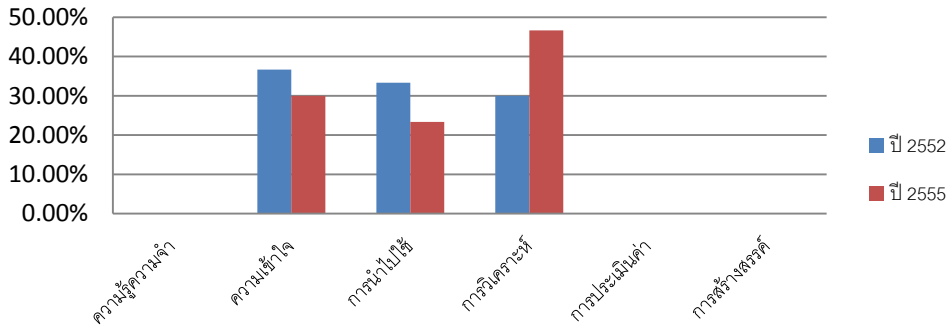
ผลการวิเคราะห์บริบทของข้อสอบจากตาราง 4.6 พบว่าข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2555 ทั้งหมด 30 ข้อ มีบริบทหรือสถานการณ์ตามกรอบแนวคิดของ PISA จำนวน 3 บริบท บริบทที่มากที่สุด คือ บริบทวิทยาศาสตร์ที่เกี่ยวกับสาระภายในคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้เชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น 23 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 76.67 (โดยประมาณ) รองลงมาคือ บริบททางชุมชน/สังคม 5 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 16.67 (โดยประมาณ) และบริบทที่น้อยที่สุด คือ บริบทส่วนบุคคล 2 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 6.67 (โดยประมาณ)

ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากการวิเคราะห์ข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 และ 2555 มาเปรียบเทียบสัดส่วนของการออกข้อสอบเป็นค่าร้อยละเพื่อเปรียบเทียบจุดเน้นของเนื้อหา (สาระ) ระดับความคิด และบริบท ดังแผนภูมิต่อไปนี้



แผนภูมิ 4.1 เปรียบเทียบร้อยละของเนื้อหาในข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 และ 2555

แผนภูมิ 4.1 แสดงให้เห็นว่าข้อสอบ O-NET ทั้งสองปีการศึกษามีความครอบคลุมในเนื้อหาสาระของหลักสูตร แต่ปีการศึกษา 2552 มีข้อสอบที่นักเรียนอาจใช้วิธีการในเนื้อหาของคณิตศาสตร์แขนงอื่น ๆ เช่น “กำหนดจุด 6 จุด มี 5 จุดที่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน จะสร้างสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดมุมเป็นจุดเหล่านี้ได้กี่รูป” นอกจากนั้นข้อสอบทั้งสองปีการศึกษามีข้อสอบที่เป็นสาระเรขาคณิตและการวัดมากกว่าสาระอื่น

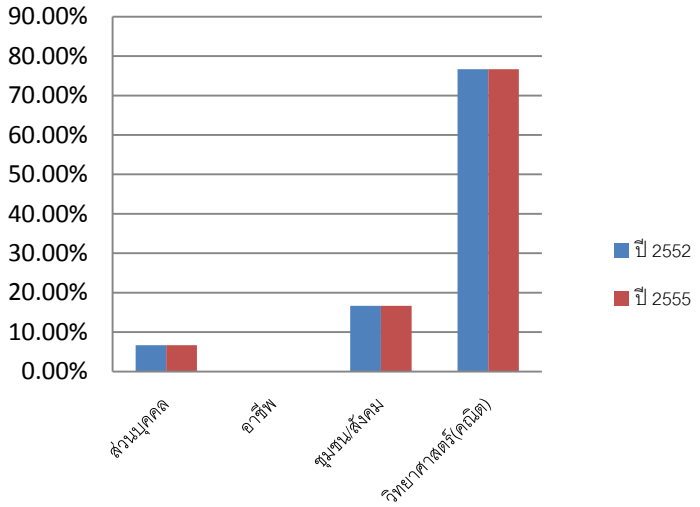


แผนภูมิ 4.2 เปรียบเทียบร้อยละของระดับความคิดในข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 และ 2555

แผนภูมิ 4.2 แสดงให้เห็นว่าข้อสอบ O-NET ทั้งสองปีการศึกษาวัดระดับความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ โดยข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 มีระดับความเข้าใจและนำไปใช้มากกว่าข้อสอบปีการศึกษา 2555 แต่สัดส่วนของข้อสอบปี

การศึกษา 2555 ในด้านการวิเคราะห์มีมากกว่าปีการศึกษา 2552 นอกจากนั้นข้อสอบในปีการศึกษา 2555 มีจำนวนข้อสอบที่วัดระดับการวิเคราะห์เกือบครึ่งหนึ่งของจำนวนข้อสอบทั้งฉบับ (ประมาณ 46.67 %)

แผนภูมิ 4.3 แสดงให้เห็นว่าข้อสอบ O-NET ทั้งสองปีการศึกษามีบริบททางวิทยาศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาที่เชื่อมโยงภายในคณิตศาสตร์เป็นสัดส่วนที่เท่ากัน คือ 76.67 % รองลงมา คือ ข้อสอบที่จัดเป็นบริบทชุมชน / สังคม โดยเฉพาะสังคมในโรงเรียน แต่ไม่มีบริบทด้านอาชีพ



แผนภูมิ 4.3 เปรียบเทียบร้อยละของบริบทในข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 และ 2555

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์กรอบการสร้างข้อสอบ PISA ในกลุ่มการรู้เรื่องคณิตศาสตร์จากเอกสารตามข้อตกลงในการดำเนินโครงการ PISA ของ OECD ที่อนุญาตให้เผยแพร่ได้ สำหรับข้อมูลของแบบทดสอบ 2009 (พ.ศ.2552) มิได้มีการเผยแพร่ใน OECD แต่ผู้วิจัยได้นำข้อมูลมาจากแหล่งข้อมูล 2 แหล่ง คือ ข้อมูลจากเอกสารการเตรียมความพร้อมการสอบ PISA 2009 ของมาเก๊า (Preparing for Macao PISA 2009: Mathematics Assessment Framework, Released Items and Coding Guides) ซึ่งจัดพิมพ์เป็นภาษาอังกฤษและรหัสที่ใช้เป็นกรอบความคิดในเอกสารนี้ใช้แบบเดียวกับศูนย์ PISA ของฮ่องกง (Hong Kong-PISA Center) และข้อมูลจากเอกสารตัวอย่างข้อสอบของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี-ไทย (ฉบับภาษาไทย) ซึ่งมีรายละเอียดเทียบเท่ากันทั้งสองฉบับ ผลของการวิเคราะห์จำนวนข้อสอบที่วัดระดับความคิดขั้นต่าง ๆ ตามหลักการของบลูม (ปรับปรุง) และผลของการวิเคราะห์จำนวนข้อสอบที่จำแนกตามบริบทในสถานการณ์จริงตามกรอบแนวคิดของ PISA จากเอกสารของมาเก๊าและเอกสารของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งตัวอย่างข้อสอบเพื่อการเตรียมความพร้อมการสอบ PISA 2009 ประกอบด้วยข้อสอบ 89 ข้อ ดังตาราง 4.7 โดยข้อสอบ PISA จัดเนื้อหาเป็นกลุ่ม ปริมาณ (Quantity) กลุ่มปริภูมิและรูปร่าง (Space and Shape)กลุ่มการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships) และกลุ่มความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data) ผู้วิจัยได้นำมาจำแนกตามเนื้อหาในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน

ตาราง 4.7 ผลการวิเคราะห์ระดับความคิดขั้นต่าง ๆ ของข้อสอบ PISA 2009 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์กับระดับความคิด ของบลูม (ปรับปรุง)

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์	**ระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง)**						**รวม**
	ระดับ1	ระดับ 2	ระดับ 3	ระดับ 4	ระดับ 5	ระดับ 6	(ข้อ)
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ	-	1	4	8	5	-	18
สาระที่ 2 เรขาคณิตและการวัด	-	1		17	2	1	21
สาระที่ 3 พีชคณิต	-	4	5	15	8	1	33
สาระที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	-	-	2	7	2	-	11
สาระที่ 5 อื่น ๆ	-	-	1	5	-	-	6
รวม	-	6	12	52	17	2	89

ผลการวิเคราะห์จากตาราง 4.7 พบว่าข้อสอบ PISA 2009 มีข้อสอบทั้งสิ้น 89 ข้อ โดยมีเนื้อหาที่มากที่สุด คือ สาระที่ 3 พีชคณิต 33 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 37.08 (โดยประมาณ) และเนื้อหาที่น้อยที่สุด (ไม่รวมสาระอื่น ๆ)คือ สาระที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น 11 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 12.36 (โดยประมาณ) สำหรับระดับความคิดของข้อสอบ PISA ส่วนใหญ่เน้นความคิดระดับ 4 คือ การวิเคราะห์ 52 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 58.43 (โดยประมาณ) รองลงมา คือ ความคิดระดับ 5 การประเมินค่า 17 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 19.10 (โดยประมาณ)และความคิดระดับ 6 การคิดสร้างสรรค์มี 2 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 2.25 (โดยประมาณ)

ตาราง 4.8 ผลการวิเคราะห์บริบทของข้อสอบ PISA 2009 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์	บริบทหรือสถานการณ์ตามกรอบแนวคิดของ PISA				รวม
	ส่วนบุคคล	การงานอาชีพ	ชุมชน/สังคม	วิทยาศาสตร์	(ข้อ)
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ	5	3	4	6	18
สาระที่ 2 เรขาคณิตและการวัด	11	4	5	1	21
สาระที่ 3 พีชคณิต	13	3	1	16	33
สาระที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	5	-	4	2	11
สาระที่ 5 อื่น ๆ	2	1	3	-	6
รวม	36	11	17	25	89

ผลการวิเคราะห์บริบทของข้อสอบจากตาราง 4.8 พบว่าข้อสอบ PISA 2009 ทั้งหมด 89 ข้อ มีบริบทหรือสถานการณ์ตามกรอบแนวคิดของ PISA ในสัดส่วนดังนี้ บริบทที่มากที่สุด คือ บริบทส่วนบุคคลมากที่สุด 36 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 40.45 (โดยประมาณ) บริบทวิทยาศาสตร์ 25 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 28.09 (โดยประมาณ) บริบททางชุมชน/สังคม 17 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 19.10 (โดยประมาณ) และบริบทที่น้อยที่สุด คือ บริบทการงานอาชีพ 11 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 12.36 (โดยประมาณ)

ตาราง 4.9 ผลการวิเคราะห์ระดับความคิดขั้นต่าง ๆ ของแบบทดสอบ PISA 2012 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์กับระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง)

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์	**ระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง)**						**รวม**
	ระดับ 1	ระดับ 2	ระดับ 3	ระดับ 4	ระดับ 5	ระดับ 6	(ข้อ)
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ	-	-	4	9	1	-	14
สาระที่ 2 เรขาคณิตและการวัด	-	1	5	7	2	3	18
สาระที่ 3 พีชคณิต	-	-	1	2	2	-	5
สาระที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	-	2	2	10	6	-	20
สาระที่ 5 อื่นๆ	-	-	-	-	-	-	-
รวม	-	3	12	28	11	3	57

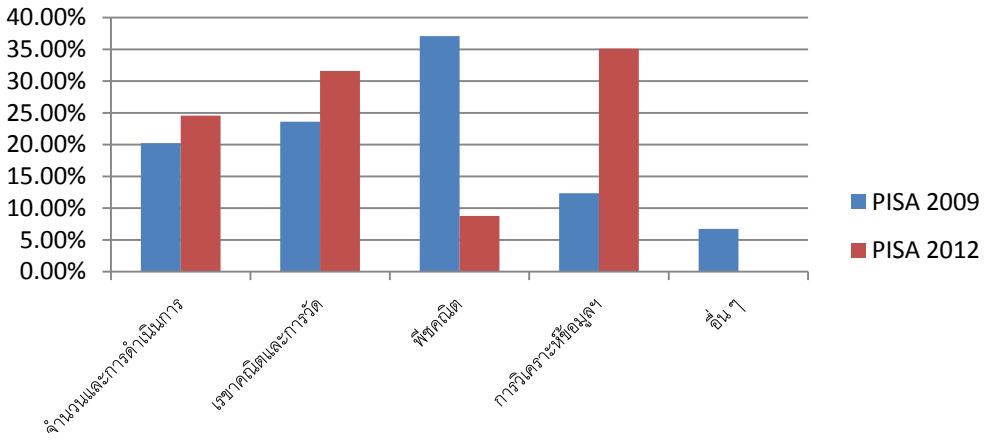
ผลการวิเคราะห์จากตาราง 4.9 พบว่าข้อสอบ PISA 2012 มีข้อสอบทั้งสิ้น 57 ข้อ โดยมีเนื้อหาที่มากที่สุด คือ สาระที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น 20 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 35.09 (โดยประมาณ) และสาระที่น้อยที่สุด (ไม่รวมสาระอื่น ๆ) คือ สาระที่ 3 พีชคณิต 5 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 8.77(โดยประมาณ) สำหรับระดับความคิดของข้อสอบ PISA ส่วนใหญ่เน้นความคิดระดับ 4 คือ การวิเคราะห์ 28 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 49.12 (โดยประมาณ) รองลงมา คือ ความคิดระดับ 3 การนำไปใช้ 12 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 21.05 (โดยประมาณ) การประเมินค่า 11 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 19.30 (โดยประมาณ)และความคิดระดับ 6 การคิดสร้างสรรค์มี 3 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 5.26 (โดยประมาณ)

ตาราง 4.10 ผลการวิเคราะห์บริบทของข้อสอบ PISA 2012 จำแนกตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์	บริบทหรือสถานการณ์ตามกรอบแนวคิดของ PISA				รวม
	ส่วนบุคคล	การงานอาชีพ	ชุมชน/สังคม	วิทยาศาสตร์	(ข้อ)
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ	6	-	2	6	14
สาระที่ 2 เรขาคณิตและการวัด	4	5	4	5	18
สาระที่ 3 พีชคณิต	1	3	-	1	5
สาระที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	4	6	6	4	20
สาระที่ 5 อื่นๆ	-	-	-	-	-
รวม	15	14	12	16	57

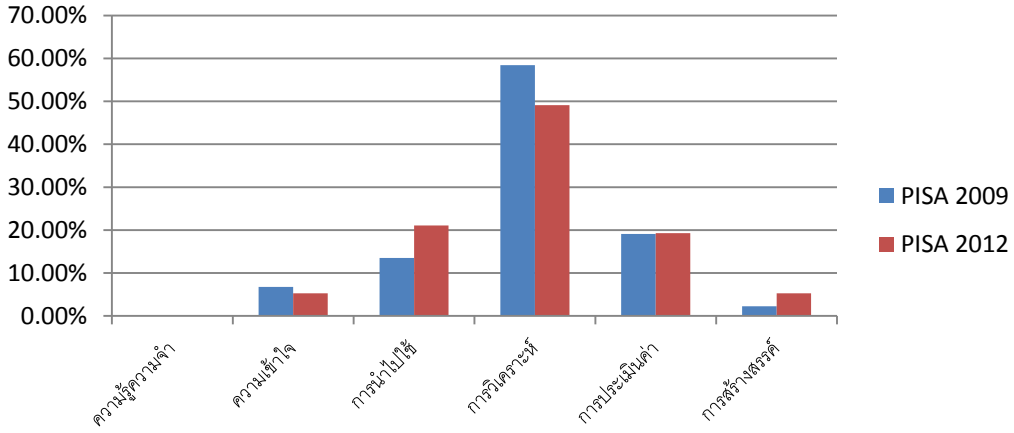
ผลการวิเคราะห์บริบทของข้อสอบจากตาราง 4.10 พบว่าข้อสอบ PISA 2012 ทั้งหมด 57 ข้อ มีบริบทหรือสถานการณ์ตามกรอบแนวคิดของ PISA ในสัดส่วนที่ใกล้เคียงกัน ดังนี้ บริบทวิทยาศาสตร์มีมากที่สุด 16 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 28.07 (โดยประมาณ) รองลงมา คือ บริบทส่วนบุคคล 15 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 26.32 (โดยประมาณ) บริบทการงานอาชีพ 14 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 24.56 (โดยประมาณ) บริบททางชุมชน/สังคม 12 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 21.05 (โดยประมาณ)

ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากการวิเคราะห์ข้อสอบ PISA 2009 และ PISA 2012 มาเปรียบเทียบสัดส่วนของการออกข้อสอบเป็นค่าร้อยละเพื่อเปรียบเทียบจุดเน้นของเนื้อหา ระดับความคิด และ บริบท ดังแผนภูมิต่อไปนี้



แผนภูมิ 4.4 เปรียบเทียบร้อยละของเนื้อหาในข้อสอบ PISA 2009 และ PISA 2012

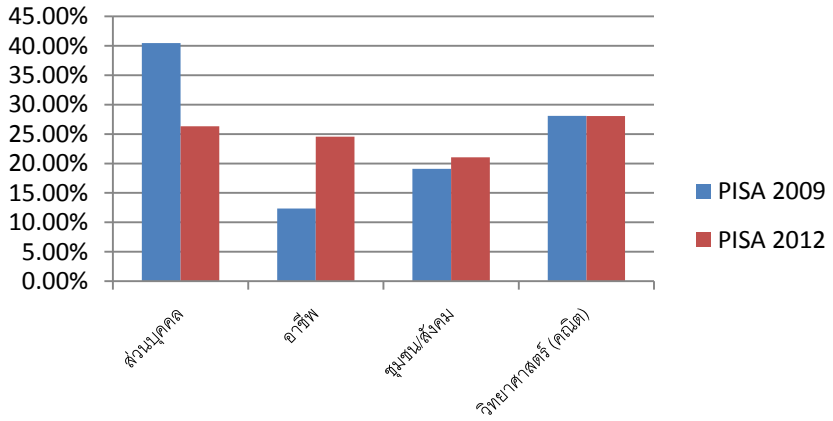
จากแผนภูมิ 4.4 แสดงให้เห็นว่าข้อสอบ PISA ทั้งสองปีมีความครอบคลุมทุกสาระที่สอดคล้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำหรับข้อสอบ PISA 2009 มีสาระทางคณิตศาสตร์แขนงอื่น ๆ เช่น “ในร้านพิซซ่าแห่งหนึ่ง โดยปกติทางร้านจะมีหน้าให้สองหน้าอยู่แล้ว คือ ชีส และมะเขือเทศ นอกเหนือจากนี้ ท่านสามารถเลือกหน้า**พิเศษ**เพิ่มเติมได้อีก หน้าพิเศษมีให้เลือก 4 อย่าง คือ มะกอก, แฮม, เห็ด และซาลามิ ระพีต้องการที่จะสั่งพิซซ่าที่เพิ่มหน้า**พิเศษ**อีกสองชนิด อยากทราบว่าระพีจะสามารถสั่งพิซซ่าหน้าต่าง ๆ กัน ได้ทั้งหมดกี่แบบ ”(สสวท, 2555, หน้า 63) สำหรับข้อสอบ PISA 2012 มีข้อสอบในสาระการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็นมีสัดส่วนมากกว่าสาระอื่น ๆ ในฉบับเดียวกัน (ประมาณ 35.09 %) ซึ่งสาระนี้ PISA จัดเป็นเนื้อหาประเภท “ความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data)” แต่สาระพีชคณิตมีน้อยที่สุด (ประมาณ 8.77 %) ซึ่งสาระนี้ PISA จัดเป็นเนื้อหาประเภท “การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Changing and Relationship)”



แผนภูมิ 4.5 เปรียบเทียบร้อยละของระดับความคิดในข้อสอบ PISA 2009 และ PISA 2012

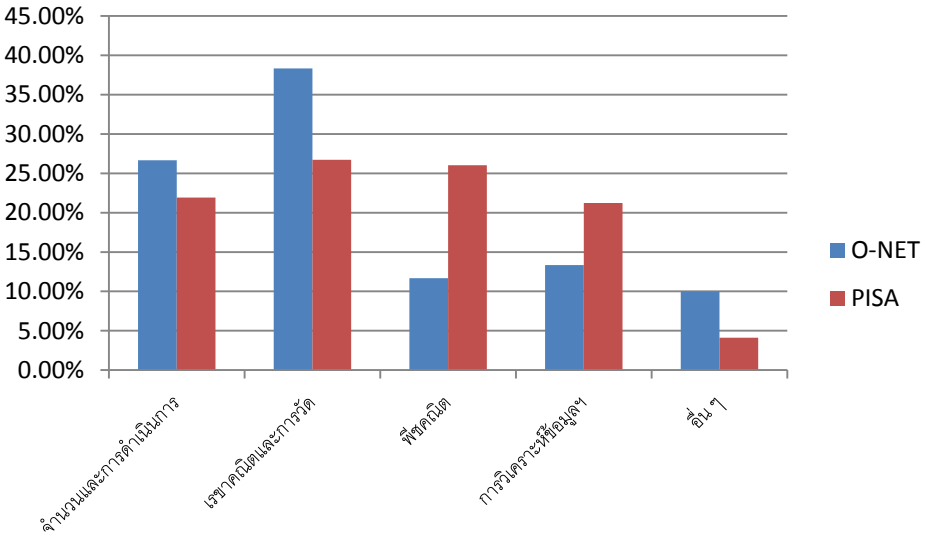
จากแผนภูมิ 4.5 แสดงให้เห็นว่าข้อสอบ PISA ทั้งสองปีมีการวัดระดับความคิดด้าน ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การประเมินค่า และการสร้างสรรค์ ข้อสอบ PISA 2009 และ PISA 2012 ระดับการคิดวิเคราะห์มากที่สุด ประมาณ

58.43 % และ 49.12 % ตามลำดับของแต่ละฉบับ ประเภทของการวิเคราะห์เพื่อหาองค์ประกอบจะง่ายกว่าการวิเคราะห์เพื่อสร้างคำอธิบาย หรือสร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์



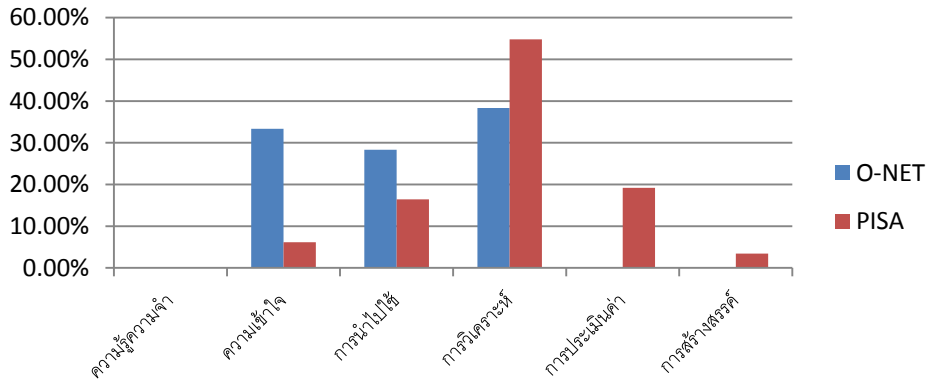
แผนภูมิ 4.6 เปรียบเทียบร้อยละของบริบทในข้อสอบ PISA 2009 และ PISA 2012

จากแผนภูมิ 4.6 แสดงให้เห็นว่าข้อสอบ PISA ทั้งสองปีมีสัดส่วนของบริบททุกกลุ่ม ได้แก่ บริบทส่วนบุคคล บริบททางการงานอาชีพ บริบทชุมชน / สังคม และบริบทวิทยาศาสตร์ ซึ่งเป็นสถานการณ์ทางวิทยาศาสตร์ที่นำแนวคิดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหา



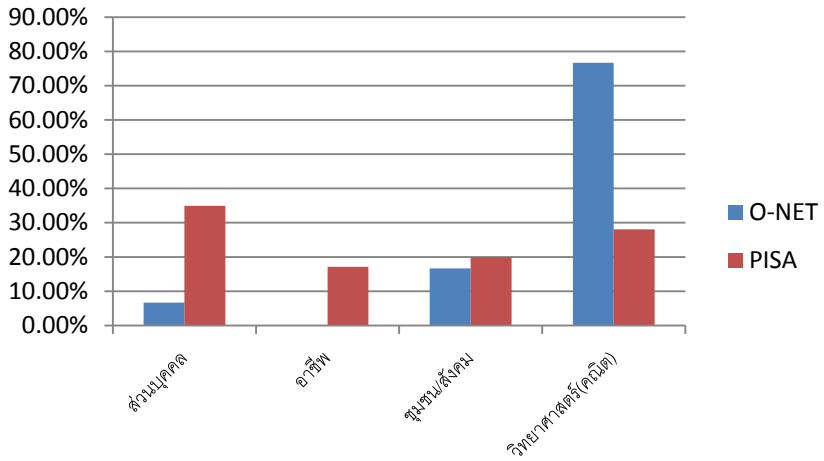
แผนภูมิ 4.7 การเปรียบเทียบร้อยละของเนื้อหาในข้อสอบ O-NET และ PISA

จากแผนภูมิ 4.7 การวิเคราะห์สัดส่วนเป็นร้อยละด้านเนื้อหาของข้อสอบ O-NET และ PISA ในภาพรวมของทั้งสองฉบับที่เป็นข้อมูล 2 ปี พบว่า ด้านเนื้อหามีความครอบคลุมสาระที่นักเรียนได้ศึกษาจากหลักสูตร แต่ข้อสอบ PISA จะมีสัดส่วนเนื้อหาแต่ละสาระใกล้เคียงกัน แต่ข้อสอบ O-NET มีสัดส่วนของสาระเรขาคณิตและการวัดมากที่สุด



แผนภูมิ 4.8 การเปรียบเทียบร้อยละของระดับความคิดในข้อสอบ O-NET และ PISA

จากแผนภูมิ 4.8 การวิเคราะห์สัดส่วนเป็นร้อยละด้านระดับความคิดของข้อสอบ O-NET และ PISA ในภาพรวมของทั้งสองฉบับที่เป็นข้อมูล 2 ปี พบว่า สัดส่วนการวัดด้านการวิเคราะห์มากที่สุดทั้งสองฉบับ



แผนภูมิ 4.9 การเปรียบเทียบร้อยละของบริบทในข้อสอบ O-NET และ PISA

จากแผนภูมิ 4.9 การวิเคราะห์สัดส่วนเป็นร้อยละด้านบริบทของข้อสอบ O-NET และ PISA ในภาพรวมของทั้งสองฉบับที่เป็นข้อมูล 2 ปี พบว่า สัดส่วนการวัดด้านวิทยาศาสตร์ที่เน้นการแก้ปัญหาภายในคณิตศาสตร์มีมากที่สุด เพราะข้อสอบ O-NET กำหนดกรอบการออกข้อสอบตามมาตรฐานที่กำหนดในหลักสูตร แต่ข้อสอบ PISA จะมีสัดส่วนเป็นร้อยละของแต่ละบริบทใกล้เคียงกัน และบริบทด้านวิทยาศาสตร์มีสถานการณ์ของวิทยาศาสตร์โดยตรง และนักเรียนต้องใช้คณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหา ข้อสอบ O-NET ไม่มีสัดส่วนของบริบททางการงานอาชีพ

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์เกี่ยวกับความต้องการพัฒนานักเรียนด้านสมรรถนะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจงครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนแบบฉบับ (Best Practice) จากการคำนวณหาค่าเฉลี่ยผลการสอบของนักเรียนในในโรงเรียนที่มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุดของแต่ละอนุภาค เพื่อนำมาพิจารณาประกอบการตัดสินใจเลือกครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนที่สามารถให้ข้อมูลเพื่อการปฏิรูปการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในสมรรถนะด้านพฤติกรรมต่อไปนี้

(1) สามารถใช้สาระและข้อมูลที่ได้จากการสำรวจตรวจสอบของตนเองนำมาลงเป็นข้อสรุปและสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์และจำลองสถานการณ์ที่ซับซ้อนออกมาสร้างเป็นตัวแบบคณิตศาสตร์ได้

(2) สามารถเชื่อมโยงข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆหรือจากการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ นำมาเชื่อมโยงระหว่างกันได้

(3) สามารถใช้เหตุผล และใช้ความคิดระดับสูงในเชิงคณิตศาสตร์ สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือสถานการณ์ต่าง ๆ และสามารถเข้าใจและปฏิบัติภารกิจทางคณิตศาสตร์

(4) สามารถสร้างวิธีการคิดหรือกลยุทธ์ใหม่ในการจัดการกับปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยหรือไม่เคยพบมาก่อน

(5) สามารถสร้างสูตรคณิตศาสตร์จากแนวคิดหรือข้อมูลที่มี

(6) สามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้องแม่นยำ เพื่อบอกถึงสิ่งที่ตนพบ ตีความ แปลความ โต้แย้ง และอธิบายความสอดคล้องเหมาะสมของสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้กับสถานการณ์ที่เป็นมาตั้งแต่ต้น

(7) สามารถสร้างตัวแบบ และใช้ตัวแบบในเรื่องที่มีความซับซ้อน สามารถระบุบอกข้อจำกัดและข้อตกลงเบื้องต้นเฉพาะเรื่องนั้น ๆ สามารถเลือก เปรียบเทียบ และประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนที่สัมพันธ์กับตัวแบบ

(8) สามารถใช้ทักษะการคิดและทักษะการใช้เหตุผล การเชื่อมโยง การนำเสนอรูปแบบต่าง ๆ สัญลักษณ์และลักษณะของโจทย์คณิตศาสตร์ และมองเห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงกับสิ่งเร้าที่เป็นส่วนประกอบของสถานการณ์

(9) สามารถคิดวิเคราะห์การทำงานของตน สามารถสร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

(10) สามารถสื่อสารถึงการแปลความ ตีความ และการใช้เหตุผลของตนได้

(11) สามารถทำโจทย์คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่มีตัวแบบชัดเจน และเป็นสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมที่ค่อนข้างซับซ้อน ซึ่งอาจมีข้อจำกัดบ้างหรือต้องมีการกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นบ้าง

(12) สามารถเลือกและผสมผสานรูปแบบต่าง ๆ ที่มีให้ รวมทั้งรูปแบบของสัญลักษณ์ด้วย โดยนำมาเชื่อมโดยตรงกับสถานการณ์ในโลกจริง

(13) สามารถใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนามาแล้ว และสามารถใช้เหตุผลอย่างยืดหยุ่นได้ และมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งเร้าในสถานการณ์นั้น ๆ ได้ดี

(14) สามารถสร้างคำอธิบายและข้อโต้แย้ง และสื่อสารคำอธิบายและข้อโต้แย้งบนพื้นฐานของการแปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตน

(15) สามารถทำโจทย์ที่มีวิธีการบอกไว้อย่างชัดเจน รวมทั้งโจทย์ที่ตัดสินใจเลือกลำดับขั้นตอนด้วย

(16) สามารถเลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อนสำหรับการแก้ปัญหา

(17) สามารถแปลความและใช้สถานการณ์ที่นำเสนอมาจากหลายแหล่ง และสามารถให้เหตุผลได้ตามแหล่งที่มีนั้น ๆ สามารถสร้างคำอธิบาย หรือรายงานการตีความ แปลความนั้น ๆ

(18) สามารถแสดงการใช้เหตุผลได้ และสามารถบอกสื่อสารผลที่เกิดขึ้น

(19) สามารถตีความและรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน ที่ต้องการการอ้างอิงไม่เกินสองตัวแปร

(20) สามารถสกัดสาระสำคัญจากแหล่งข้อมูลแหล่งเดียวและสามารถใช้สถานการณ์ที่นำเสนออย่างง่ายชั้นเดียว

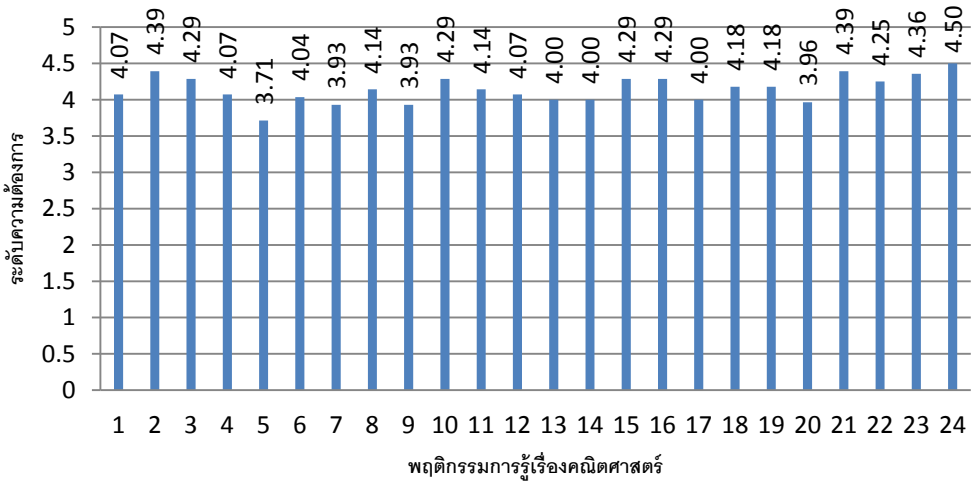
(21) สามารถใช้วิธีการคิด สูตรคณิตศาสตร์ วิธีการ หรือข้อตกลงเบื้องต้น สามารถใช้เหตุผลตรงไปตรงมาและตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมา

(22) สามารถตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่คุ้นเคย ที่มีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามต้องถามอย่างชัดเจน

(23) สามารถระบุสาระที่ต้องการและสามารถทำโจทย์แบบเดิมที่คุ้นเคยที่มีวิธีการทำหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน

(24) สามารถทำโจทย์ตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้

ผลการวิเคราะห์ความคิดเห็นของครูคณิตศาสตร์ของโรงเรียนแบบฉบับใน 9 อนุภาคการศึกษา จำนวน 30 คน เรื่อง ระดับพฤติกรรม “ การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ” ที่ต้องการให้นักเรียนปฏิบัติได้ มีดังนี้



แผนภูมิ 4.10 ระดับความคิดเห็นของครูคณิตศาสตร์ในพฤติกรรมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนปฏิบัติ

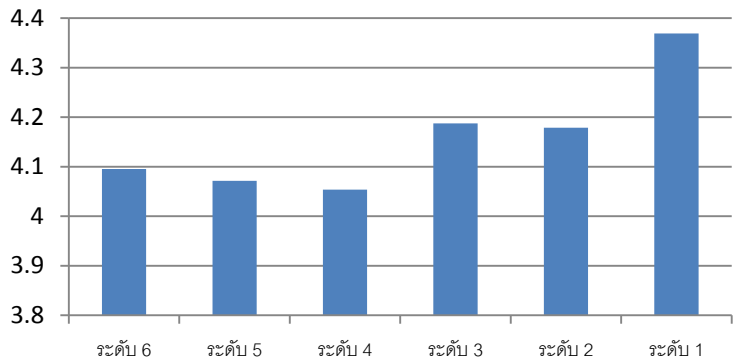
จากแผนภูมิ 4.10 พบว่าครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนแบบฉบับต้องการพัฒนาให้นักเรียนมีพฤติกรรมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในระดับมาก (3.50 – 4.50) ทุกพฤติกรรม สำหรับพฤติกรรมแรกที่ต้องการ ได้แก่ ข้อ 24 สามารถทำโจทย์ตามตัวอย่างได้ มีระดับความคิดเห็นเฉลี่ย 4.50 ข้อที่มีระดับความคิดเห็นเฉลี่ยรองลงมา คือ ระดับ 4.39 มี 2 พฤติกรรม ได้แก่ ข้อ 2 สามารถเชื่อมโยงข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ หรือจากการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ นำมาเชื่อมโยงระหว่างกันได้ และ ข้อ 21 สามารถใช้วิธีการคิด สูตรคณิตศาสตร์ วิธีการหรือข้อตกลงเบื้องต้น สามารถใช้เหตุผลและตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมา ระดับความคิดเห็นเฉลี่ย 4.36 มี 1 พฤติกรรม ได้แก่ ข้อ 23 สามารถระบุสาระที่ต้องการและสามารถทำโจทย์แบบเดิมที่คุ้นเคยที่มีวิธีการทำหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน ระดับ 4.29 มี 4 พฤติกรรม ได้แก่ ข้อ 3 สามารถใช้เหตุผลและใช้ความคิดระดับสูงในเชิงคณิตศาสตร์ สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือสถานการณ์ต่าง ๆ และสามารถเข้าใจและปฏิบัติภารกิจทางคณิตศาสตร์ ข้อ 10 สามารถสื่อสารถึงการแปลความ ตีความ และการใช้เหตุผลของตนได้ ข้อ 15 สามารถทำโจทย์ที่มีวิธีบอกไว้อย่างชัดเจน รวมทั้งโจทย์ที่ตัดสินใจเลือกลำดับขั้นตอนด้วย และ ข้อ 16 สามารถเลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อนสำหรับการแก้ปัญหา

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความคิดเห็นให้สอดคล้องกับการจำแนกระดับพฤติกรรมของ PISA ซึ่งได้จำแนกพฤติกรรมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็น 6 ระดับ และระบุคะแนนการสอบของแต่ละระดับดังนี้

ระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์	พฤติกรรมในแบบสำรวจ	คะแนนการสอบ
ระดับ 6	ข้อ 1, 2, 3, 4, 5, 6	> 669.30 คะแนน
ระดับ 5	ข้อ 7, 8, 9, 10	606.99 – 669.30 คะแนน
ระดับ 4	ข้อ 11, 12, 13, 14	544.68 – 606.99 คะแนน
ระดับ 3	ข้อ 15, 16, 17, 18	482.38 – 544.68 คะแนน
ระดับ 2	ข้อ 19, 20, 21	420.07 – 482.38 คะแนน
ระดับ 1	ข้อ 22, 23, 24	357.77 – 420.07 คะแนน

หมายเหตุ ถ้านักเรียนไม่สามารถแสดงพฤติกรรมที่ระดับ 1 ได้ จะถูกจัดกลุ่ม “ต่ำกว่าระดับ 1”

ผลการวิเคราะห์ความคิดเห็นที่จัดระดับกลุ่มพฤติกรรมตามกรอบแนวคิดของข้อสอบ PISA แสดงไว้ในแผนภูมิที่ 4.11



แผนภูมิ 4.11 ระดับความคิดเห็นของครูคณิตศาสตร์จำแนกตามระดับพฤติกรรมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA

จากแผนภูมิ 4.11 พบว่าครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนแบบฉบับมีความเห็นว่าพฤติกรรมระดับ 1 ถึง ระดับ 3 โดยมีค่าเฉลี่ยความคิดเห็น เป็น 4.37, 4.18 และ 4.19 ตามลำดับ พฤติกรรมทั้งสามระดับนี้เป็นการแก้ปัญหาแบบคุ้นเคยที่ไม่ซับซ้อน มีข้อมูลกำหนดไว้ชัดเจน สามารถสื่อสารและเชื่อมโยงสาระสำคัญจากข้อมูลแหล่งเดียว รวมทั้งการให้เหตุผลและตีความแบบตรงไปตรงมาได้ นอกจากนั้นครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนแบบฉบับยังให้ความเห็นที่ต้องการพัฒนาพฤติกรรมของนักเรียนเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในระดับ 4 ถึง ระดับ 6 โดยมีค่าเฉลี่ยความคิดเห็น เป็น 4.05, 4.07 และ 4.10 ตามลำดับ พฤติกรรมทั้งสามระดับนี้เป็นการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ต้องใช้ความคิดระดับสูง มีกลยุทธ์ใหม่ในการแก้ปัญหา เป็นต้น

สรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อสอบ O-NET และข้อสอบ PISA รวมทั้งความคิดเห็นของครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนแบบฉบับสามารถสรุปได้ตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. ข้อมูลความสัมพันธ์ระหว่างข้อสอบ O-NET และ PISA ในด้านเนื้อหา ระดับความคิด และบริบท สรุปได้ดังนี้

1.1 ด้านเนื้อหา ข้อสอบ O-NET และ PISA มีเนื้อหาครอบคลุมสาระที่สำคัญของหลักสูตรทุกสาระ ส่วนเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ อื่น ๆ เช่น การใช้กฎการนับในวิยุตคณิต นักเรียนบางคนอาจใช้กลยุทธ์อื่น ๆ ได้ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

1.2 ด้านระดับความคิด ข้อสอบทั้งสองประเภทมีความแตกต่างกันในเรื่องการจัดประเภทของระดับความคิด และเมื่อนำมาเทียบเคียงกันด้วยระดับขั้นความคิดของบลูม (ปรับปรุง) จะพบว่าข้อสอบ O-NET วัดระดับความคิดใน 3 ระดับ ซึ่งเป็นไปตามกรอบความคิดที่ต้องการประเมินมาตรฐานช่วงชั้น 3 ตามที่หลักสูตรกำหนด ได้แก่ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ ส่วนการประเมินค่าและการสร้างสรรค์ไม่ปรากฏเด่นชัด ทั้งนี้เพราะมีขอบเขตจำกัดในเรื่องบริบทหรือสถานการณ์ที่ใช้ประกอบโจทย์ปัญหา สำหรับข้อสอบ PISA วัดระดับความคิดใน 5 ระดับ ได้แก่ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การประเมินค่า และการคิดสร้างสรรค์ทั้งนี้เพราะกรอบความคิดของข้อสอบ PISA ใช้บริบทและสถานการณ์จริงในโลกมาประกอบโจทย์ปัญหา ดังนั้นรูปแบบหรือชนิดของข้อสอบจึงมีลักษณะที่นักเรียนต้องใช้การตัดสินใจเลือก บอกเหตุผล และอธิบายประกอบข้อสรุปหรือข้อโต้แย้ง รวมทั้งข้อคาดเดาที่อยู่ในรูปแบบที่ต้องใช้ความคิดสร้างสรรค์

1.3 ด้านบริบท ข้อสอบทั้งสองประเภทมีความแตกต่างกันในเรื่องกรอบแนวคิดของข้อสอบ กล่าวคือ ข้อสอบ O-NET มีบริบทประกอบโจทย์ปัญหาที่ต้องการแก้ปัญหาภายในคณิตศาสตร์ และมีโทย์ปัญหาบางข้อที่ใช้บริบทชุมชน / สังคม แต่เป็นบริบทที่ใกล้ตัวนักเรียนและนักเรียนคุ้นเคยกับสถานการณ์เหล่านั้น เช่น สังคมภายในโรงเรียน เพราะการใช้ชุมชนหรือสังคมที่ไกลตัวนักเรียนอาจเป็นตัวแปรที่ไม่สร้างความเสมอภาคแก่นักเรียนทั่วประเทศ แต่บริบทของข้อสอบ PISA เป็นไปตามกรอบแนวคิดเรื่องการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนต้องศึกษาข้อมูลจากบริบทของสภาพจริงในโลกที่โจทย์กำหนดและข้อสอบ PISA จะกำหนดชื่อเรื่องของโจทย์ปัญหาที่กำลังเกิดขึ้นในโลกปัจจุบัน เช่น การคุยผ่านอินเตอร์เน็ต (Internet Relay Chat) ตึกบิด (Twisted Building) การลดระดับ CO_2 (Decreasing CO_2 Level) เป็นต้น ซึ่งบริบทเหล่านี้อาจเป็นตัวแปรแทรกซ้อนที่ส่งผลต่อการสอบข้อสอบ PISA สำหรับนักเรียนที่มีความแตกต่างทางสภาพแวดล้อมทางสังคมและแหล่งเรียนรู้

2. ข้อมูลความคิดเห็นของครูคณิตศาสตร์ เรื่อง ระดับพฤติกรรม “ การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy)” มีข้อสรุปดังนี้

2.1 ข้อมูลเกี่ยวกับระดับพฤติกรรมที่ต้องการให้นักเรียนปฏิบัติใช้เกณฑ์การประเมินแบบลิเคิร์ท (Likert) ซึ่งพบว่า ระดับความคิดเห็นของครูคณิตศาสตร์จากโรงเรียนแบบฉบับที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุดในแต่ละอนุภาคการศึกษา ซึ่งมีผู้ตอบแบบสำรวจ 30 คน ได้ค่าระดับความคิดเห็น คือ “ ระดับมาก” มีค่าระหว่าง 3.51 – 4.50 ทุกพฤติกรรม พฤติกรรมที่ต้องการให้นักเรียนปฏิบัติมาก 3 ระดับแรก (ตามเกณฑ์ของ PISA) ได้แก่ ระดับ 1 ถึง ระดับ 3 ซึ่งสอดคล้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน แต่เป็นทักษะและกระบวนการขั้นต้นที่ใช้แก้ปัญหาที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน สำหรับพฤติกรรมที่ต้องการให้นักเรียนปฏิบัติมาก 3 ระดับรองลงมา (ตามเกณฑ์ของ PISA) ได้แก่ ระดับ 4 ถึง ระดับ 6

ซึ่งสอดคล้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (เพิ่มเติม) ที่โรงเรียนเป็นผู้พิจารณาให้นักเรียนเลือกเรียน

2.2 ข้อมูลอื่น ๆ .ที่เป็นปัจจัยส่งผลสำเร็จในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีดังนี้

(1) ปัจจัยด้านเวลาเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนที่โรงเรียนกำหนด ทุกโรงเรียนระบุเวลาที่ใช้เท่ากัน คือ 5 คาบต่อสัปดาห์

(2) ปัจจัยด้านวุฒิการศึกษาของครูคณิตศาสตร์ที่สอนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในโรงเรียนที่มีค่าเฉลี่ยผลสอบ O-NET ของนักเรียนสูงสุด แต่ละโรงเรียนระบุแตกต่างกัน จำแนกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ ประเภทที่ 1 โรงเรียนมีครูคณิตศาสตร์ที่สำเร็จปริญญาโททางคณิตศาสตร์ศึกษา / คณิตศาสตร์มากกว่าครูที่สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีทางคณิตศาสตร์ศึกษา / คณิตศาสตร์ ประเภทที่ 2 โรงเรียน มีครูคณิตศาสตร์ที่สำเร็จปริญญาโททางคณิตศาสตร์ศึกษา / คณิตศาสตร์และครูที่สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีทางคณิตศาสตร์ศึกษา / คณิตศาสตร์ ในสัดส่วนพอ ๆ กัน และ ประเภทที่ 3 โรงเรียน ที่มีเฉพาะครูที่สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีทางคณิตศาสตร์ศึกษา / คณิตศาสตร์ ”

(3) ปัจจัยด้านพฤติกรรมผู้เรียน ได้แก่ การมีระเบียบวินัยในการเรียน การให้ความร่วมมือในกิจกรรมทั้งในและนอกห้องเรียน การมีมนุษยสัมพันธ์ที่ดีกับครูและเพื่อนนักเรียน การเรียนพิเศษนอกโรงเรียน

(4) ปัจจัยด้านการสนับสนุนของผู้บริหารและชุมชน

บทที่ 5
สรุปผล อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงสำรวจเพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อสอบ O-NET และข้อสอบPISA ข้อสอบ O-NET เป็นข้อสอบประเมินตามมาตรฐานของผลลัพธ์การเรียนรู้ที่กำหนดในหลักสูตร แต่ข้อสอบ PISA เป็นข้อสอบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งกำหนดเป็นนิยามว่า “ ความสามารถของแต่ละบุคคลและการเข้าใจบทบาทของคณิตศาสตร์ในโลก การตัดสินใจที่ดี และการใช้คณิตศาสตร์ตามความต้องการของชีวิตของแต่ละบุตตล ในฐานะพลเมืองที่มีความรู้ มีความตระหนักและมีการสะท้อนสิ่งที่เป็นประโยชน์” (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2003) สำหรับการวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ของ O-NET และ PISA ให้เทียบเคียงกัน เพื่อให้สามารถเสนอแนวคิดที่เป็นประโยชน์ต่อการปฏิรูปการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยได้ สาระที่วิเคราะห์ ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ เรขาคณิตและการวัด พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสาระอื่น ๆ ที่ไม่ได้ระบุไว้ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานของประเทศไทย สำหรับนักเรียนอายุ 15 ปี ซึ่งกำลังเรียนอยู่ในช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาตอนต้น)

สรุปผลการวิจัยและอภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาจากเอกสารที่เผยแพร่ตัวอย่างข้อสอบของ O-NET ที่ดำเนินการสอบโดยสถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) และตัวอย่างข้อสอบของ PISA ที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้เผยแพร่ รวมทั้งเอกสารที่ประเทศต่าง ๆ ได้เผยแพร่ เช่น จีน (เซี่ยงไฮ้) จีน (มาเก๊า) สหรัฐอเมริกา เป็นต้น ผู้วิจัยพบว่ากรอบความคิดของการออกข้อสอบ O-NET และกรอบความคิดของการออกข้อสอบ PISA มีบางประเด็นที่เป็นแนวคิดเหมือนกัน แต่บางประเด็นไม่ปรากฏในข้อสอบ O-NET ทั้งนี้เพราะข้อสอบ PISA ไม่จำกัดเฉพาะเนื้อหาที่นักเรียนศึกษาตามหลักสูตรแต่จะประเมินถึงการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์จริงต่าง ๆ (OECD, 2003, p. 24) แต่ข้อสอบ O-NET เน้นมาตรฐานผลลัพธ์การเรียนรู้ที่กำหนดในหลักสูตร ดังนั้น ลักษณะของข้อสอบจึงครอบคลุมเนื้อหาและตัวชี้วัดของผลลัพธ์การเรียนรู้ของเนื้อหาแต่ละเรื่อง

1. **ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อสอบ O-NET และข้อสอบ PISA** สรุปผลการวิจัยและอภิปรายผลได้ดังนี้

(1) ความสัมพันธ์ด้านเนื้อหา มีความเทียบเทียบเคียงกันดังนี้

เนื้อหาของข้อสอบ O-NET และข้อสอบ PISA มีความสัมพันธ์ที่เทียบเคียงกันได้ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ↔ เนื้อหาด้านปริมาณ

สาระที่ 2 และ 3 การวัดและเรขาคณิต ↔ เนื้อหาด้านปริภูมิและรูปทรง

สาระที่ 4 พีชคณิต ↔ เนื้อหาด้านการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ↔ เนื้อหาด้านความไม่แน่นอนและข้อมูล

อย่างไรก็ตามแม้ว่าเนื้อหาจะเทียบเคียงกันแต่ความยากง่ายของเนื้อหาแปรเปลี่ยนตามสถานการณ์และบริบทของปัญหาที่กำหนดเพื่อให้สอดคล้องกับชีวิตจริงดังตัวอย่างปัญหาในข้อสอบ PISA ต่อไปนี้

เครื่องเล่น MP3

คำถาม

โอริสาบวกราคาเครื่องเล่น MP3 หูฟัง ลำโพง ด้วยเครื่องคิดเลขของเธอ คำตอบที่เธอได้เป็น 248

คำตอบของโอริสาไม่ถูกต้อง เธอได้ทำผิดพลาดไปข้อใดข้อหนึ่งในข้อผิดพลาดต่อไปนี้

เธอได้ทำในข้อผิดพลาดใด

1. เธอบวกราคาชิ้นหนึ่งสองครั้ง
2. เธอลืมรวมราคาของชิ้นหนึ่งในสามชิ้น
3. เธอไม่ได้ใส่ตัวเลขหลักสุดท้ายของราคาของชิ้นหนึ่ง
4. เธอลบราคาของชิ้นหนึ่งแทนที่จะบวก

หมายเหตุ ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบที่แปลโดยกรรมการของโครงการ PISA ของ สสวท.

โจทย์ปัญหาของ PISA ข้อนี้สอดคล้องกับมาตรฐานผลลัพธ์การเรียนรู้ที่กำหนดในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานของประเทศไทย ได้แก่ มาตรฐาน ค 1.2“ เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา” และสอดคล้องกับตัวชี้วัด ข้อ 1 ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่กำหนดว่า “บวกลบคูณหารจำนวนเต็ม และนำไปใช้แก้ปัญหา ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการบวก การลบ การคูณการหารและบอกความสัมพันธ์ของการบวกกับการลบ และการคูณกับการหารของจำนวนเต็ม” ผลการสอบของนักเรียนไทยที่ตอบถูกร้อยละ 53.38 ในขณะที่นักเรียนที่เข้าร่วมสอบนานาชาติ ตอบถูกร้อยละ 70.75 (สสวท., 2012, หน้า 33)

ข้อสอบนี้เป็นเนื้อหาเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ หากตัดสถานการณ์และบริบทของปัญหา โดยข้อสอบเน้นเฉพาะบริบทภายในคณิตศาสตร์ จะได้ข้อสอบดัดแปลงดังนี้

มีจำนวนสามจำนวน คือ 155, 86, 79 โอริสาบวกจำนวนด้วยเครื่องคิดเลขของเธอ ได้คำตอบเป็น 248
คำตอบของโอริสาไม่ถูกต้อง เธอทำผิดพลาดในข้อใด

1. เธอบวกจำนวนหนึ่งสองครั้ง
2. เธอลืมรวมจำนวนหนึ่งในสามจำนวน
3. เธอไม่ได้ใส่ตัวเลขหลักสุดท้ายของจำนวนหนึ่ง
4. เธอลบจำนวนหนึ่งแทนที่จะบวก

จากการสอบถามครูคณิตศาสตร์พบว่า **ข้อสอบที่ใช้สถานการณ์หรือบริบททำให้นักเรียนใช้เวลาในการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหามากกว่าโจทย์ปัญหาที่มีแต่บริบทภายในคณิตศาสตร์** นอกจากนั้นโจทย์ปัญหาที่เป็นข้อสอบดัดแปลงดังกล่าวข้างต้น ครูคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 หรือ ประถมศึกษาปีที่ 6 ได้

ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์และบริบทของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้ ผู้วิจัยได้นำบริบทที่กำหนดไว้ในกรอบความคิดของข้อสอบ PISA เป็นเกณฑ์การเปรียบเทียบ 4 กลุ่มใหญ่ ได้แก่ (1) บริบทส่วนตัว เน้นคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมของบุคคลวันต่อวัน (2) บริบทการงานอาชีพ เน้นคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการทำงานในชีวิตจริงที่ไม่ต้องใช้ทักษะจนถึงงานที่ต้องใช้ความเชี่ยวชาญระดับสูง (3) บริบททางสังคม เน้นคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมที่เกิดในชุมชนระดับท้องถิ่น ระดับชาติหรือระดับโลก และ(4) บริบททางวิทยาศาสตร์เน้นคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และภายในคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ได้ผลสรุปดังนี้

(2) ความสัมพันธ์ด้านสถานการณ์หรือบริบทของปัญหา

ข้อสอบ O-NET	ข้อสอบ PISA
สถานการณ์และบริบทของปัญหาไม่ได้จำแนกเป็นกลุ่มที่ชัดเจน ส่วนใหญ่เป็นบริบทภายในเนื้อหาของคณิตศาสตร์	สถานการณ์และบริบทจำแนกเป็น 4 กลุ่มใหญ่ ดังนี้ 1. บริบทส่วนตัว (Personal Context) 2. บริบททางการงานอาชีพ (Occupational Context) 3. บริบททางสังคม (Societal Context) 4. บริบททางวิทยาศาสตร์ (Scientific Context)

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างข้อสอบที่มีบริบทประเภทต่าง ๆ ที่ปรากฏในข้อสอบ PISA แต่ไม่ปรากฏในข้อสอบ O-NET โจทย์ปัญหาบางข้ออาจมีบริบทที่เกี่ยวข้องหลายบริบท เช่น เครื่องเล่น MP 3 นักเรียนจะใช้ข้อมูลจากภาพเดียวกันเพื่อตอบคำถาม ดังตัวอย่างต่อไปนี้

(1) บริบทส่วนตัว

เครื่องเล่น MP3

มิวสิคซิตี้ จัดงานลดราคา เมื่อคุณซื้อสินค้าสองชิ้นหรือมากกว่าในงานลดราคานี้
มิวสิคซิตี้จะลดราคาให้ **20 %**จากราคาขายของสินค้าเหล่านี้

เจษฎา มีเงินสำหรับใช้ซื้อของอยู่ 200 เซต
ในงานลดราคานี้ เขาสามารถซื้ออะไรได้บ้าง

จงเขียนวงกลมว่า “ ใช่ ” หรือ “ ไม่ใช่ ” ในแต่ละตัวเลือกต่อไปนี้

สินค้า	**เจษฎาสามารถซื้อสินค้าด้วยเงิน 200 เซต ได้ใช่หรือไม่**
เครื่องเล่น MP3 และ หูฟัง	ใช่ / ไม่ใช่
เครื่องเล่น MP3 และ ลำโพง	ใช่ / ไม่ใช่
สินค้าทั้ง 3 ชนิด -เครื่องเล่น MP3 หูฟังและลำโพง	ใช่ / ไม่ใช่

หมายเหตุ ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบที่แปลโดยกรรมการของโครงการ PISA ของ สสวท.

เนื้อหาสาระเป็นเรื่องจำนวนและการดำเนินการที่เกี่ยวกับปริมาณ (quantity) บริบทของปัญหาเป็นบริบทส่วนตัว ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ คือ การแปลความที่ใช้ความรู้เรื่องการลดราคาเป็นร้อยละ และใช้การตัดสินใจภายใต้ข้อจำกัดของจำนวนเงินที่มีอยู่

โจทย์ปัญหาของ PISA ข้อนี้สอดคล้องกับมาตรฐานผลลัพธ์การเรียนรู้ที่กำหนดในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานของประเทศไทย ได้แก่ มาตรฐาน ค 1.1 “ เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง ” และสอดคล้องกับตัวชี้วัด ข้อ 4 ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำหนดว่า “ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละในการแก้โจทย์ปัญหา ”ผลการสอบของนักเรียนไทยที่ตอบถูกร้อยละ 36.30 ในขณะที่นักเรียนที่เข้าร่วมสอบนานาชาติตอบถูกร้อยละ 52.41 (สสวท., 2012, หน้า 34)

จากการสอบถามครูคณิตศาสตร์พบว่า ข้อสอบนี้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียนได้ ซึ่งการใช้ข้อสอบนอกจากจะวัดผลและประเมินผลผู้เรียนแล้ว ยังสามารถนำผลย้อนกลับไปพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้ด้วย

(2) บริบททางการงานอาชีพ

จากข้อมูลของโจทย์ปัญหาเรื่อง “ เครื่องเล่น MP3”
ราคาขายของเครื่องเล่น MP3 ได้**รวม**กำไรไว้ 37.5 % ราคาที่ไม่รวมกำไรเรียกว่า ราคาต้นทุน
ถ้าบริษัทนี้คิดกำไรเป็นเปอร์เซ็นต์ของราคาต้นทุน
สูตรข้างล่างต่อไปนี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างราคาต้นทุน (w) กับราคาขาย (s) ได้ถูกต้องใช่หรือไม่

จงเขียนวงกลมว่า “ ใช่ ” หรือ “ ไม่ใช่ ” ในแต่ละสูตรต่อไปนี้

สูตร	สูตรถูกต้องใช่หรือไม่
$s = w + 0.375$	ใช่ / ไม่ใช่
$w = s - 0.375s$	ใช่ / ไม่ใช่
$s = 1.375w$	ใช่ / ไม่ใช่
$w = 0.625s$	ใช่ / ไม่ใช่

หมายเหตุ ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบที่แปลโดยกรรมการของโครงการ PISA ของ สสวท.

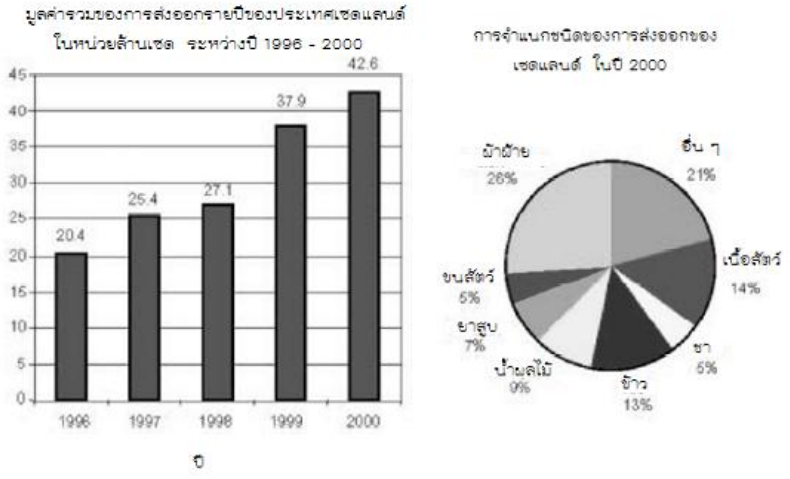
เนื้อหาสาระเป็นเรื่องพีชคณิตที่เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์(change and relationships) บริบทของปัญหาเป็นบริบททางการงานอาชีพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ คือ การพิจารณาสูตรที่แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรสองตัวแปร รวมทั้งการแปลความหมายของกำไรที่กำหนดเป็นร้อยละ

โจทย์ปัญหาของ PISA ข้อนี้สอดคล้องกับมาตรฐานผลลัพธ์การเรียนรู้ที่กำหนดในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานของประเทศไทย ได้แก่ มาตรฐาน ค 4.1“ เข้าใจและวิเคราะห์รูปแบบ (pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน” และสอดคล้องกับตัวชี้วัด ข้อ 1 ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่กำหนดว่า “วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนด ” ผลการสอบของนักเรียนไทยที่ตอบถูกร้อยละ 3.20 และนักเรียนที่เข้าร่วมสอบนานาชาติ ตอบถูกร้อยละ 7.70 (สสวท., 2012, หน้า 35)

จากการสอบถามครูคณิตศาสตร์พบว่า **ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบที่นักเรียนทำผิดได้ง่าย เพราะนักเรียนแปลความหมายของคำว่า " กำไร 37 % " ไม่ถูกต้อง ซึ่งความหมายที่แท้จริง คือ " กำไร 37 % ของราคาทุน "** ซึ่งเท่ากับ 0.375 w เมื่อนำไปรวมกับราคาทุน คือ w จะได้ราคาขาย คือ s = w + 0.375w = 1.375 w ซึ่งเป็นสูตรที่ถูกต้อง ดังนั้น การสอนเรื่องร้อยละควรระบุด้วยว่าเป็นร้อยละของจำนวนใด โดยเริ่มตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาต่อเนื่องจนถึงระดับที่สูงขึ้น

(3) บริบททางสังคม

การส่งออก



คำถาม

ในปี 1998 มูลค่ารวมการส่งออกน้ำผลไม้จากประเทศเซดแลนด์ในปี 2000 เป็นเท่าไร

1. 1.8 ล้านเซด
2. 2.3 ล้านเซต
3. 2.4 ล้านเซด
4. 3.4 ล้านเซด
5. 3.8 ล้านเซด

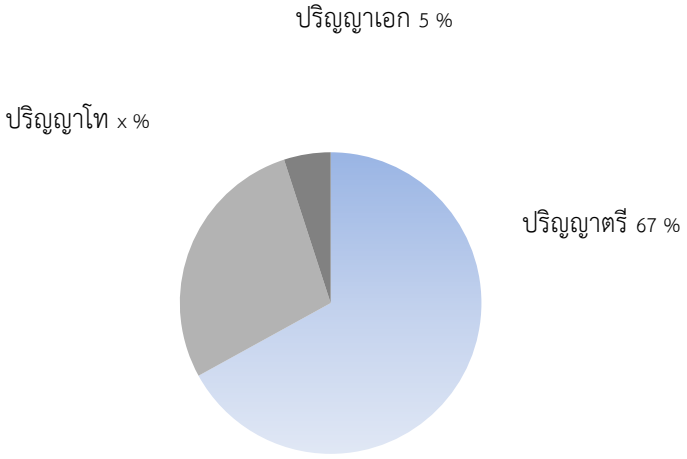
หมายเหตุ ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบที่แปลโดยกรรมการของโครงการ PISA ของ สสวท.

เนื้อหาสาระเป็นเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็นที่เกี่ยวกับความไม่แน่นอน (uncertainty) บริบทของปัญหาเป็นบริบทชุมชนในท้องถิ่น ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ คือ การพิจารณาแผนแผนภูมิแท่งที่กำหนดรายได้และแผนภูมิรูปวงกลมที่กำหนดชนิดของการส่งออกเป็นร้อยละ

โจทย์ปัญหาของ PISA ข้อนี้สอดคล้องกับมาตรฐานผลลัพธ์การเรียนรู้ที่กำหนดในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานของประเทศไทย ได้แก่ มาตรฐาน ค 5.1 " เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล" และสอดคล้องกับตัวชี้วัด ข้อ 4 ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำหนดว่า "อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการนำเสนอ " ผลการสอบของนักเรียนไทยที่ตอบถูกร้อยละ 31.48 และนักเรียนจากฮ่องกง-จีน ตอบถูกมากที่สุดร้อยละ 68.93 (สสวท., 2012, หน้า 51)

จากการสอบถามครูคณิตศาสตร์พบว่า ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบที่นักเรียนต้องอ่านแผนภูมิ 2 ชนิด กล่าวคือ แผนภูมิแท่งนำเสนอรายได้ที่ใช้หน่วยล้านเซตของปี ค.ศ.2000 จากนั้นพิจารณาแผนภูมิรูปวงกลมที่นำเสนอชนิดของสินค้าส่งออกที่เป็นน้ำผลไม้ร้อยละ 9 ข้อผิดพลาดของนักเรียนน่าจะเป็นเรื่องทักษะการคิดคำนวณเกี่ยวกับการคูณทศนิยมกับทศนิยม หรือการคูณทศนิยมกับเศษส่วนที่แปลงจากความหมายร้อยละ **นักเรียนไทยไม่คุ้นเคยกับการอ่านข้อมูลจากแผนภูมิ2 ชนิดประกอบกัน**

ผู้วิจัยได้สำรวจข้อสอบ O-NET ที่สอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในปีการศึกษา 2552 พบว่าข้อสอบเกี่ยวกับการนำเสนอข้อมูลที่ใช้แผนภูมิวงกลมแสดงจำนวนครู 200 คน ที่จำแนกตามวุฒิการศึกษาโดยกำหนดร้อยละของจำนวนครูในแผนภูมิ ดังนี้



สิ่งที่โจทย์ถามคือ จำนวนครูที่มีวุฒิปริญญาตรีมากกว่าจำนวนครูที่มีวุฒิปริญญาโทกี่คน

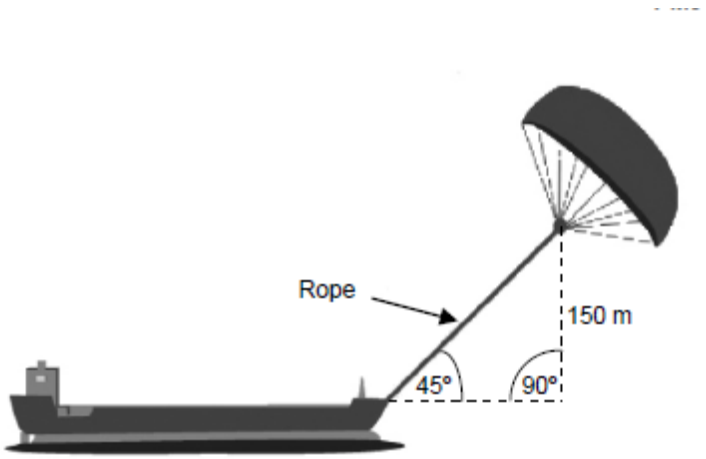
บริบทของโจทย์ปัญหาข้อนี้จัดได้ว่าเป็นบริบททางสังคม การคิดคำนวณมีความซับซ้อนมากกว่าตัวอย่างข้อสอบ PISAกล่าวคือต้องหาค่า x % แล้วคำนวณหาจำนวนครูที่มีวุฒิปริญญาตรีและจำนวนครูที่มีวุฒิปริญญาโท จากนั้นจึงนำผลลัพธ์ที่ได้มาลบกัน บริบททางสังคมที่ปรากฏในข้อสอบ O-NET เป็นสังคมในโรงเรียนที่นักเรียนคุ้นเคย ได้แก่ ครู นักเรียน และคะแนน เป็นต้น

(4) บริบททางวิทยาศาสตร์

เรือเดินทะเล

ในการลากเรือให้เชือกทำมุม 45° และร่มจูงเรือมีความสูงในแนวดิ่ง 150 ม. ดังแสดงในภาพด้านข้าง ความยาวของเชือกที่ผูกกับร่มจูงเรือยาวประมาณเท่าใด

1. 173 ม.
2. 212 ม.
3. 285 ม.
4. 300 ม.



หมายเหตุ รูปวาดไม่ได้เขียนตามมาตราส่วน

© by skysail

หมายเหตุ ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบที่แปลโดยกรรมการของโครงการ PISA ของ สสวท.

เนื้อหาสาระเป็นเรื่องเรขาคณิตและการวัดที่เกี่ยวกับปริภูมิและรูปทรง (space and shape) บริบทของปัญหาเป็นบริบททางวิทยาศาสตร์ที่ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โจทย์ปัญหาของ PISA ข้อนี้สอดคล้องกับมาตรฐานผลลัพธ์การเรียนรู้ที่กำหนดในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานของประเทศไทย ได้แก่ มาตรฐาน ค 3.2“ ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา” และสอดคล้องกับตัวชี้วัด ข้อ 2 ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำหนดว่า “ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ” ผลการสอบของนักเรียนไทยที่ตอบถูกร้อยละ 30.60 และนักเรียนจากเซี่ยงไฮ้-จีนตอบถูกมากที่สุดร้อยละ 81.80 (สสวท., 2012, หน้า 49)

จากการสอบถามครูคณิตศาสตร์พบว่า ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบที่นักเรียน**ขาดทักษะการเชื่อมโยงข้อมูลภายในคณิตศาสตร์** กล่าวคือ มุมภายในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ไม่ได้ระบุในภาพจะมีขนาดเท่ากับ 45° ซึ่งแสดงว่าด้านในแนวระดับจะยาว 150 เมตร **นักเรียนที่ตอบไม่ถูกอาจมีปัญหาเรื่องการหารากที่สอง**

อย่างไรก็ตามข้อสอบ O-NET ที่วัดการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นข้อสอบที่ใช้บริบทภายในคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับเรื่องทิศในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ดังตัวอย่างข้อสอบต่อไปนี้

คุณครูเดินทางออกจากบ้านไปทิศตะวันออกเป็นระยะทาง 2.4 กิโลเมตร แล้วเลี่ยนขึ้นไปทางทิศเหนืออีก 3.2 กิโลเมตร ถึงโรงเรียนพอดี จงหาระยะห่างระหว่างบ้านกับโรงเรียน 1. 4.0 กิโลเมตร 2. 4.5 กิโลเมตร 3. 5.6 กิโลเมตร 4. 6.7 กิโลเมตร **หมายเหตุ** ข้อสอบ O-NET ปีการศึกษา 2552 ข้อ 11

การแก้ปัญหาที่ดีนักเรียนควรวาดรูปประกอบและใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์คิดคำตอบให้ถูกต้อง

(3) ความสัมพันธ์ด้านระดับความคิด

ข้อสอบ O-NET	ข้อสอบ PISA
ระดับความคิดที่ปรากฏในข้อสอบ O-NET เป็นระดับความคิดที่เน้นการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมาย และการเชื่อมโยง ภายในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่ และข้อสอบO-NET วัดตามผลลัพธ์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับลำดับขั้นความคิดของบลูม (ปรับปรุง) ได้แก่ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การประเมินค่า และการสร้างสรรค์	ระดับความคิดที่ปรากฏในข้อสอบ PISA เป็นระดับความคิดที่เน้นการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งเป็น 6 ระดับ เริ่มจากระดับ 1 ซึ่งเป็นระดับต่ำที่ใช้ความคิดแก้ปัญหาที่คุ้นเคยได้ สำหรับระดับ 2, 3, 4, 5 จะเพิ่มความซับซ้อนขึ้นในแต่ละระดับ ระดับสูงสุดคือระดับ 6 เป็นระดับที่นักเรียนต้องสร้างวิธีหรือกลยุทธ์ใหม่ในการจัดการกับปัญหาคณิตศาสตร์ ใช้เหตุผล เชื่อมโยงข้อมูลที่ซับซ้อนเพื่อการคิดคำนวณและการสื่อสารได้อย่างถูกต้องแม่นยำ

ตัวอย่างการวิเคราะห์ระดับความคิดที่พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของข้อสอบO-NET และ ระดับสมรรถนะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ของข้อสอบ PISA โดยใช้กรอบแนวคิดของ PISA (OECD, 2010)

ระดับ 1 (คะแนน 357.77 ถึง 420.07)

ระดับสมรรถนะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA	ระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง)
นักเรียนสามารถ ● ตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่คุ้นเคย ที่มีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามต้องถามอย่างชัดเจน ● ระบุสาระที่ต้องการและสามารถทำโจทย์แบบเดิมที่คุ้นเคยที่มีวิธีการทำหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ชัดเจน ● ทำโจทย์ตามตัวอย่างที่กำหนดให้	ระดับนี้เทียบได้กับระดับ 2 ความเข้าใจโดยนักเรียนสามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้ ● อธิบายความหมายของสิ่งที่คุ้นเคยที่ได้จากความรู้ที่เรียนมาแล้ว (ผ่านระดับ 1 ความรู้ความจำ) ● แปลความหมายของโจทย์โดยใช้ภาษาของตนเองได้

1.1 ตัวอย่างข้อสอบ O-NET

ถ้าเขียนเศษส่วน $\frac{1}{7}$ ในรูปทศนิยมซ้ำ จะได้ทศนิยมในตำแหน่งที่ 37 เป็นเท่าไร

1. 1
2. 5
3. 7
4. 8

หมายเหตุ ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบข้อที่ 1 ปี 2552

ข้อสอบ O-NET ข้อนี้วัดความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงเศษส่วนเป็นทศนิยม ซึ่งตรงกับมาตรฐาน ค 1.1 “ เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง ”และสอดคล้องกับตัวชี้วัดที่ 1 ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คือ “ เขียนเศษส่วนในรูปทศนิยม และเขียนทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วน ” โดยนักเรียนจะนำตัวส่วนไปหารตัวเศษ ได้ 0.142857142857142857... นักเรียนจะพิจารณารูปแบบของจำนวนที่ซ้ำกันเป็นชุด ๆ แล้วหาคำตอบ

1.2 ตัวอย่างข้อสอบ PISA

อัตราแลกเปลี่ยน

เหม่ยหลิงอยู่ในประเทศสิงคโปร์กำลังเตรียมตัวที่จะเดินทางไปอัฟริกาใต้เป็นเวลา 3 เดือน ในฐานะนักเรียนโครงการแลกเปลี่ยน เธอต้องแลกเงินดอลลาร์สิงคโปร์ (SGD) เป็นเงินแรนด์ อัฟริกาใต้ (ZAR)

คำถาม

เหม่ยหลิงพบว่าอัตราแลกเปลี่ยนระหว่างดอลลาร์สิงคโปร์และแรนด์อัฟริกาใต้ คือ 1 SGD = 4.2 ZAR

เหม่ยหลิงต้องการแลกเงิน 3000 ดอลลาร์สิงคโปร์เป็นแรนด์อัฟริกาใต้ตามอัตรานี้ เหม่ยหลิงจะแลกเป็นเงินแรนด์อัฟริกาใต้ได้เท่าใด

คำตอบ: .....

หมายเหตุ ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบที่แปลโดยกรรมการของโครงการ PISA ของ สสวท.

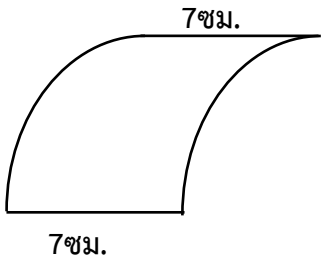
ข้อสอบ PISA ข้อนี้วัดการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ระดับ 1 นักเรียนจะหาคำตอบได้โดยใช้การคูณซึ่งเป็นการดำเนินงานขั้นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ คือ 3000 x 4.2 = 12,600 ZAR

ระดับ 2 (คะแนน 420.07 ถึง 482.38)

ระดับสมรรถนะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA	ระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง)
นักเรียนสามารถ ● ตีความและรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน ที่ต้องการการอ้างอิงไม่เกินสองตัว ● สกัดสาระสำคัญจากแหล่งข้อมูลแหล่งเดียวและสามารถใช้สถานการณ์ที่นำเสนออย่างง่ายชั้นเดียว ● ใช้วิธีการคิด สูตรคณิตศาสตร์ วิธีการ หรือข้อตกลง	ระดับนี้เทียบได้กับระดับ 3การนำไปใช้โดยนักเรียนสามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้ ● ใช้แนวคิดและวิธีการที่ได้เรียนจากห้องเรียนไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ที่ไม่ซับซ้อนแบบตรงไปตรงมา (ผ่านระดับ 1 ความรู้ความจำ และระดับ 2 ความเข้าใจ)

เบื้องต้น สามารถใช้เหตุผลตรงไปตรงมาและตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมา	• ใช้สูตรหรือกฎในการแก้ปัญหาที่ไม่ซับซ้อน

2.1 ตัวอย่างข้อสอบ O-NET



รูปข้างบนนี้ประกอบด้วยส่วนของเส้นตรง 2 เส้นยาวเท่ากัน 7 เซนติเมตร และขนานกันด้วย ปิดด้วยส่วนโค้งของวงกลม 2 ส่วนโค้งแต่ละส่วนโค้งยาวเป็น 1 ใน 4 ของเส้นรอบวงของวงกลมซึ่งมีรัศมี 7 เซนติเมตรเช่นกัน (ให้ $\pi = \frac{22}{7}$)

จงหาว่ารูปดังกล่าวมีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร

1. 38.5 ตารางเซนติเมตร 2. 44 ตารางเซนติเมตร

3. 49 ตารางเซนติเมตร 4. 77 ตารางเซนติเมตร

หมายเหตุ ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบข้อที่ 13 ปีการศึกษา 2555

ข้อสอบ O-NET ข้อนี้วัดมาตรฐาน ค 2.2 “ แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด ” และสอดคล้องกับตัวชี้วัดข้อ 1ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คือ “ หาพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก ” โดยนักเรียนจะต้องหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก แล้วคำนวณหาค่า 1 ใน 4 ของพื้นที่ผิวของทรงกระบอกเพื่อเป็นคำตอบที่ต้องการ หรือนักเรียนอาจนำความรู้ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการพิจารณารูปคลี่ของด้านข้างของทรงกระบอกเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และรูปแบบของชิ้นงานคิดเป็น 1 ใน 4 ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ด้านยาวเท่ากับเส้นรอบวง และด้านกว้างเท่ากับ 7 เซนติเมตรตามที่กำหนดในรูป

2.2 ตัวอย่างข้อสอบ PISA

บันได

แผนผังข้างล่างแสดงบันได 14 ขั้น และความสูงทั้งหมด 252 เซนติเมตร

ความสูงทั้งหมด 252 เซนติเมตร

ความลึกทั้งหมด 400 เซนติเมตร

คำถาม

ความสูงแต่ละขั้นของบันได14 ขั้นเป็นเท่าใด

ความสูง : ..... เซนติเมตร

หมายเหตุ ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบที่แปลโดยกรรมการของโครงการ PISA ของ สสวท.

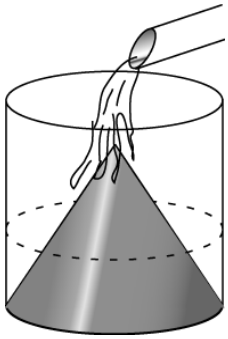
ข้อสอบ PISA ข้อนี้วัดการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ระดับ 2 นักเรียนจะหาคำตอบได้โดยการมองภาพให้เชื่อมโยงกับบันไดจริง ภาพที่ให้ไม่ซับซ้อน นักเรียนสามารถใช้การคิดคำนวณขั้นพื้นฐานได้ คือ $252 \div 14 = 18$ เวลาตอบนักเรียนอาจไม่ต้องเขียนหน่วย เพราะโจทย์ปัญหาได้กำหนดหน่วยท้ายคำตอบที่ต้องเติมในช่องว่างแล้ว

ระดับ 3 (คะแนน 482.38 ถึง 544.68)

ระดับสมรรถนะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA	ระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง)
นักเรียนสามารถ • ทำโจทย์ที่มีวิธีการบอกไว้ชัดเจน รวมทั้งโจทย์ที่ตัดสินใจเลือกลำดับขั้นตอนด้วย • เลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อนสำหรับการแก้ปัญหา • แปลความและใช้สถานการณ์ที่นำเสนอมาจากหลายแหล่ง และสามารถให้เหตุผลได้ตามแหล่งที่มีนั้น ๆ สามารถสร้างคำอธิบายหรือรายงานการตีความ แปลความนั้น ๆ • แสดงการใช้เหตุผลได้ และสามารถบอกสื่อสารผลที่เกิดขึ้น	ระดับนี้เทียบได้กับระดับ 4การวิเคราะห์โดยนักเรียนสามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้ • แยกข้อมูลหรือแนวคิดในสถานการณ์ที่กำหนด และจัดโครงสร้างใหม่หรือลำดับใหม่เพื่อการเข้าใจ (ผ่านระดับ 1 ความรู้ความจำ และระดับ 2 ความเข้าใจ และระดับ 3 การนำไปใช้) • แยกความแตกต่างระหว่างข้อเท็จจริงและข้ออ้างอิงอย่างมีเหตุผล

3.1 ตัวอย่างข้อสอบ O-NET

ถ้าน้ำไหลจากท่อด้วยอัตราเร็วคงที่ลงในภาชนะจนท่วมกรวย ดังรูป

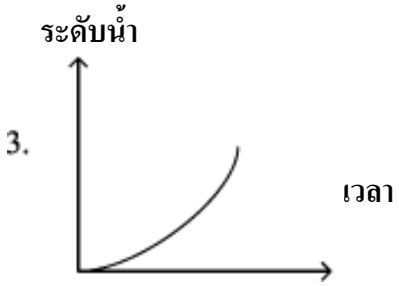


อยากทราบว่ากราฟของระดับน้ำจะมีลักษณะดังข้อใด

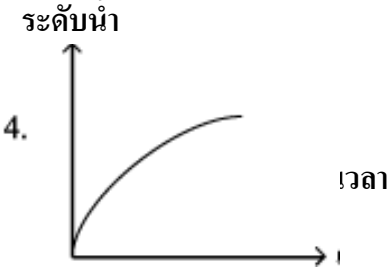
1.

2.

3.



4.



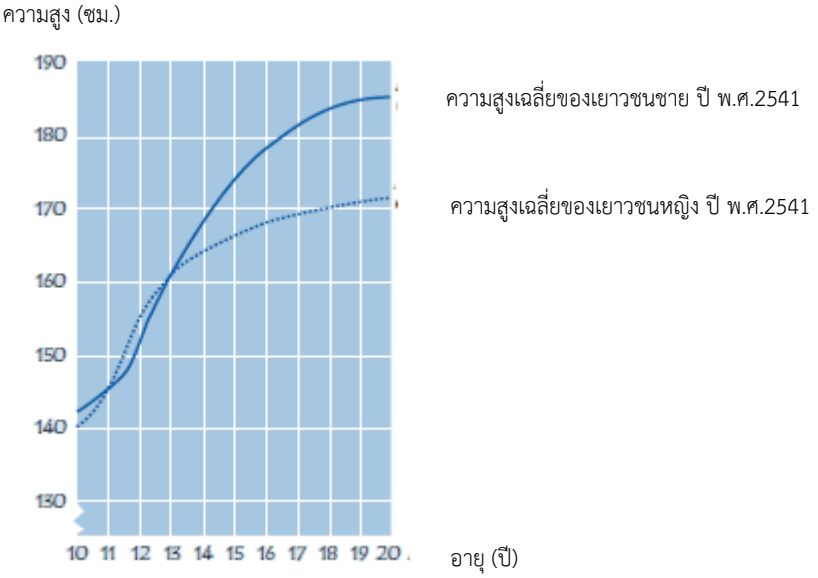
หมายเหตุ ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบข้อที่ 16 ปีการศึกษา 2552

ข้อสอบ O-NET ข้อนี้วัดมาตรฐาน ค 4.2 “ ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา” และสอดคล้องกับตัวชี้วัดข้อ 4ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คือ “ อ่านและแปลความหมายกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟอื่น ๆ” โดยนักเรียนจะวิเคราะห์ตัวแปรสองตัวที่มีความสัมพันธ์กัน คือ เวลากับระดับน้ำ ในขณะที่เวลาเพิ่มขึ้นแล้วระดับน้ำจะสูงขึ้นด้วย แต่เนื่องจากปริมาณน้ำในแต่ละระดับไม่คงที่ตามลักษณะของกรวยที่มีความขันคงที่ ดังนั้นกราฟจะเป็นเส้นโค้งและไปหยุดที่ระดับน้ำถึงยอดกรวย ซึ่งสอดคล้องกับกราฟในข้อ 4

3.2 ตัวอย่างข้อสอบ PISA

สูงขึ้น

ในปี พ.ศ.2541 ความสูงเฉลี่ยของเยาชนชายและหญิงในประเทศเนเธอร์แลนด์แสดงได้ดังกราฟต่อไปนี



คำถาม

จงอธิบายว่าลักษณะของกราฟเป็นอย่างไรที่แสดงว่า อัตราการเพิ่มขึ้นของการเจริญเติบโตโดยเฉลี่ยของเยาชนหญิงลดลงหลังจากอายุ 12 ปี

.....

.....

หมายเหตุ ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบที่แปลโดยกรรมการของโครงการ PISA ของ สสวท.

ข้อสอบ PISA ข้อนี้วัดการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ระดับ 3 นักเรียนจะหาคำตอบได้โดยการพิจารณาลักษณะของกราฟและให้เหตุผลประกอบว่ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร เช่น ความชันของกราฟลดลง หรืออัตราการเปลี่ยนแปลงลดลง

ระดับ 4 (คะแนน 544.68 ถึง 606.99)

ระดับสมรรถนะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA	ระดับความคิดของบลูม (ปรับปรุง)
นักเรียนสามารถ • ทำโจทย์คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่มีตัวแบบชัดเจนและเป็นสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมที่ค่อนข้างซับซ้อน ซึ่งอาจมีข้อจำกัดบ้างหรือต้องมีการกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นบ้าง • เลือกและผสมผสานรูปแบบต่าง ๆ ที่มีให้ รวมทั้ง	ระดับนี้เทียบได้กับระดับ 5 การประเมินค่า โดยนักเรียนสามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้ • สามารถตัดสินเกี่ยวกับคุณค้าของความคิด หรือวัตถุได้ (ผ่านระดับ 1 ความรู้ความจำ และระดับ 2 ความเข้าใจ ระดับ 3 การนำไปใช้) และระดับ 4 วิเคราะห์)

รูปแบบของสัญลักษณ์ด้วย โดยนำมาเชื่อมโดยตรงกับสถานการณ์จริงในโลก ● ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนามาแล้ว และสามารถใช้เหตุผลอย่างยืดหยุ่นได้ และมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งเร้าในสถานการณ์นั้น ๆ ได้ดี ● สร้างคำอธิบายและข้อโต้แย้ง และสื่อสารคำอธิบายและข้อโต้แย้งบนพื้นฐานของการแปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตน	● เลือกผลลัพธ์ที่ดีที่สุดจากการเปรียบเทียบ หาความสัมพันธ์ สรุปผล และสนับสนุนแนวคิดอย่างมีเหตุผล

4.1 ตัวอย่างข้อสอบ O-NET

กราฟของสมการในข้อใดต่อไปนี้ ผ่านจุดที่กราฟของสมการ $x + y = 2$ และ $x - y = 8$ ตัดกัน

1. $2x + y = 5$
2. $x - 2y = 7$
3. $3x + 2y = 11$
4. $2x - 3y = 19$

ข้อสอบ O-NET ข้อนี้วัดมาตรฐาน ค 4.2 “ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา” และสอดคล้องกับตัวชี้วัดข้อ 5 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คือ “แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และนำไปใช้แก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผล” โดยนักเรียนจะแก้สมการตัวแปรสองตัวที่มีความสัมพันธ์กัน คือ x และ y ค่าที่หาได้จะเป็นจุดตัดของกราฟแล้วนำไปแทนสมการที่เป็นตัวเลือกว่าสอดคล้องกันหรือไม่ ข้อสอบนี้มีระดับความคิดใกล้เคียงกับระดับ 4 ของข้อสอบ PISA แต่ไม่อาจตัดสินว่านักเรียนมีกระบวนการคิดแบบใด ข้อสอบนี้อาจปรับรูปแบบที่ให้นักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบความคิดสนับสนุนหรือโต้แย้ง

4.2 ตัวอย่างข้อสอบ PISA

อัตราแลกเปลี่ยน

เหม่ยหลิงอยู่ในประเทศสิงคโปร์กำลังเตรียมตัวที่จะเดินทางไปอัฟริกาใต้เป็นเวลา 3 เดือน ในฐานะนักเรียนโครงการแลกเปลี่ยน เธอต้องแลกเงินดอลลาร์สิงคโปร์ (SGD) เป็นเงินแรนด์ อัฟริกาใต้ (ZAR)

คำถาม

ในช่วงเวลา 3 เดือน อัตราแลกเปลี่ยน เปลี่ยนจาก 4.2 เป็น 4.0 ZAR ต่อ SGD

เหม่ยหลิงพอใจหรือไม่ที่อัตราแลกเปลี่ยนตอนนี้เปลี่ยนเป็น 4.0 ZAR แทน 4.2 ZAR เมื่อเธอแลกเงินอัฟริกาใต้กลับคืนเป็นดอลลาร์สิงคโปร์ จงให้คำอธิบายสนับสนุนคำตอบด้วย

.....

.....

หมายเหตุ ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบที่แปลโดยกรรมการของโครงการ PISA ของ สสวท.

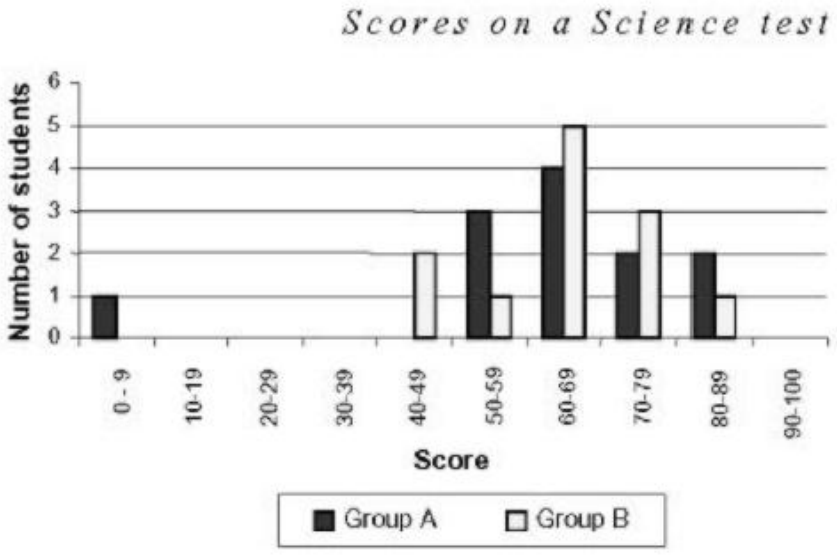
ข้อสอบ PISA ข้อนี้วัดการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ระดับ 4 นักเรียนคิดคำนวณแล้วต้องประเมินค่า และแสดงเหตุผลประกอบ

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างข้อสอบ PISA ที่วัดพฤติกรรมระดับ 5 และระดับ 6 แต่ไม่ปรากฏในข้อสอบ O-NET ทั้งนี้อาจเนื่องจากบริบทของข้อสอบเป็นบริบทภายในคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตามการประเมินการเรียนรู้ในโรงเรียนอาจใช้วิธีหลากหลายในระหว่างเรียน โดยเฉพาะการทำโครงงานคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนจะสามารถผสมผสานทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เชื่อมโยงหรือตัดสินทางเลือกในการแก้ปัญหาได้ตามที่หลักสูตรกำหนด

ระดับ 5 (คะแนน 606.99 ถึง 669.30)	ระดับ 6 (คะแนน 669.30 ขึ้นไป)
- **นักเรียนสามารถพัฒนาและดำเนินงานกับแบบจำลองสำหรับสถานการณ์ที่ซับซ้อนได้ ระบุข้อจำกัดและสร้างข้อความที่เป็นสมมุติฐานได้** - นักเรียนสามารถเลือก เปรียบเทียบ และประเมินกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่ซับซ้อนและสัมพันธ์กับแบบจำลองเหล่านั้น - นักเรียนสามารถใช้ทักษะการคิด การให้เหตุผล เชื่อมโยงแนวคิด สัญลักษณ์ และสมบัติในการดำเนินงานกับสถานการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล - นักเรียนสามารถสะท้อนการดำเนินงาน สร้างสูตรและสื่อสารถึงการแปลความและการให้เหตุผล	- นักเรียนสามารถสร้างความคิดรวบยอดสร้างนัยทั่วไปและใช้ข้อมูลสารสนเทศบนพื้นฐานของการสำรวจ และการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อน) ด้วยตนเอง และใช้ความรู้ในบริบทที่ไม่คุ้นเคยได้ - นักเรียนสามารถเชื่อมโยงข้อมูลสารสนเทศและสร้างแนวคิดและแปลความได้อย่างยืดหยุ่นระหว่างข้อมูล - นักเรียนมีความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลในระดับสูง - นักเรียนสามารถประยุกต์แนวคิดและความเข้าใจกับสัญลักษณ์ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ต่าง ๆ เพื่อพัฒนาวิธีการและกลยุทธ์ใหม่สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ - นักเรียนสามารถสะท้อนความคิดเกี่ยวกับการกระทำและสื่อสารแนวคิดที่สร้างขึ้นได้อย่างชัดเจนและการสะท้อนแนวคิดเกี่ยวข้องกับผลการดำเนินงาน การแปลความ การสร้างข้อโต้แย้ง และความเหมาะสมของแนวคิดนี้ต่อสถานการณ์ที่กำหนด

ตัวอย่างข้อสอบ PISA (ระดับ 5)

คะแนนสอบ



คำถาม

จากแผนผัง ครูบอกว่าในการทดสอบครั้งนี้ กลุ่ม B ทำได้ดีกว่ากลุ่ม A

นักเรียนกลุ่ม A ไม่เห็นด้วยกับครู และพยายามชี้ให้เห็นว่า กลุ่ม B อาจทำคะแนนได้ไม่ดีกว่ากลุ่ม A

จงบอกเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนกลุ่ม A จะนำไปโต้แย้งกับครูมา 1 ข้อ โดยใช้ข้อมูลจากกราฟ

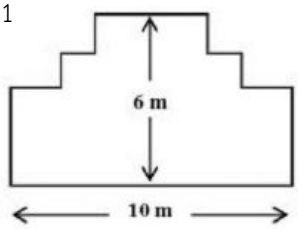
หมายเหตุ ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบที่ปรับการเรียกชื่อกลุ่ม 1 และ 2 จากแปลโดยกรรมการของโครงการ PISA ของ สสวท.

ตัวอย่างข้อสอบ PISA (ระดับ 6)

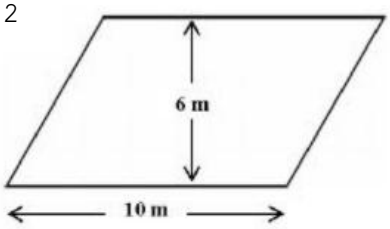
ช่างไม้

ช่างไม้มีกระดานยาว 32 เมตร และต้องการใช้ไม้นี้ล้อมกรอบสวนหย่อมที่คิดไว้ 4 แบบ ดังนี้

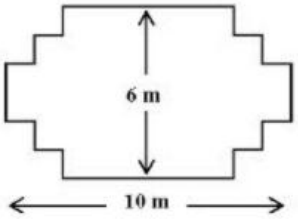
แบบ 1



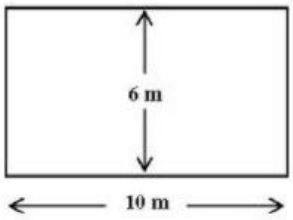
แบบ 2



แบบ 3



แบบ 4



จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ ใช่ ”หรือ “ไม่ใช่ ”สำหรับการออกแบบสวนหย่อมที่จะใช้ไม้ 32 เมตรได้

แบบสวนหย่อม	การออกแบบสวนหย่อมทีจะใช้ไม้ 32 เมตรได้
แบบ A	ใช่ /ไม่ใช่
แบบ B	ใช่ /ไม่ใช่
แบบ C	ใช่ /ไม่ใช่

2. ผลการวิเคราะห์ความคิดเห็นของครู เรื่อง พฤติกรรมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า

(1) ด้านพฤติกรรมการรู้เรื่อง คณิตศาสตร์ พบว่า ครูคณิตศาสตร์จากโรงเรียนแบบฉบับมีความต้องการให้นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ทุกพฤติกรรมในระดับมาก (3.51 ถึง 4.51)

(2) ด้านปัจจัยที่สำคัญที่มีต่อความสำเร็จของการจัดการเรียนการสอน พบว่า

(2.1) ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน ได้แก่ ปัจจัยด้านพฤติกรรมผู้เรียน เช่น การมีระเบียบวินัยในการเรียน การให้ความร่วมมือในกิจกรรมทั้งในและนอกห้องเรียน การมีมนุษยสัมพัธ์ที่ดีกับครูและเพื่อนนักเรียน การเรียนพิเศษนอกโรงเรียน

(2.2) ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับครู ได้แก่ วุฒิการศึกษา ซึ่งทุกโรงเรียนมีครูสำเร็จการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ที่สามารถพัฒนานักเรียนได้ แต่มีจำนวนที่แตกต่างกันระหว่างวุฒิปริญญาโทและวุฒิปริญญาตรี บางโรงเรียนมีวุฒิปริญญาโทมากกว่าบางโรงเรียนมีจำนวนพอ ๆ กัน บางโรงมีแต่ปริญญาตรีอย่างเดียว นอกจากนั้นโรงเรียนแบบฉบับที่มีครูสำเร็จการศึกษาด้านคณิตศาสตร์จะมีความมั่นใจในการจัดการเรียนการสอนที่พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ

ข้อเสนอแนะ

การปฏิรูปการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อาจนำผลการวิจัยที่ค้นพบไปดำเนินการหาสาเหตุและพัฒนาหรือแก้ไขตามสภาพจริง ดังต่อไปนี้

1. การปรับปรุงหนังสือเรียน

เนื่องจากข้อสอบที่ใช้สถานการณ์หรือบริบทประกอบโจทย์ปัญหาจะทำให้นักเรียนต้องใช้ทักษะทางการอ่านและการแปลความหมายทางคณิตศาสตร์ ซึ่งทักษะทั้งสองนี้ช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์จริงได้เป็นอย่างดี แต่นักเรียนจะใช้เวลาในการอ่านและการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหามากกว่าโจทย์ปัญหาที่เฉพาะบริบทภายในคณิตศาสตร์ ดังนั้น*แนวทางการพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ควรปลูกฝังพฤติกรรมของผู้เรียนในด้านการอ่านและการแปลความคณิตศาสตร์ โดยปรับปรุงหนังสือเรียนให้มีบริบทที่นักเรียนได้ใช้คณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาในสภาพจริงในโลกให้มากขึ้น* เพราะครูคณิตศาสตร์ใช้หนังสือเรียนเป็นสื่อการเรียนรู้มากที่สุด การปรับปรุงควรใช้การวิเคราะห์สาระและระดับความคิด ที่นักเรียนไทยมีปัญหา สำหรับประเทศที่นำผลสอบของนักเรียนที่สอบ PISA มาใช้ในการปรับปรุงหนังสือเรียน ได้แก่ ประเทศไต้หวันที่พบว่านักเรียนมีปัญหาเกี่ยวกับการรู้เรื่อง “ ฟังก์ชัน ” จึงวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อศึกษาแนวคิด ทักษะและกระบวนการของคณิตศาสตร์ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยเสนอแนะแนวทางการนำเสนอเนื้อหาในหนังสือเรียนดังนี้ (Lee, S., 2013)

1.1 เริ่มต้นด้วยโจทย์ปัญหาที่ตรงตามสถานการณ์จริง

1.2 การจัดแนวคิดทางคณิตศาสตร์สัมพันธ์กับสาระทางคณิตศาสตร์

1.3 การแปลงปัญหาจากโลกจริงสู่ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างตรงประเด็น

1.4 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.5 การพิจารณาความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ต่อสถานการณ์จริงรวมทั้งการระบุข้อจำกัดของผลลัพธ์

2. การพัฒนาข้อสอบเทียบเคียงกับข้อสอบ PISA

Chang, G.C. (2013, pp. 25 – 26) กล่าวว่านักวิชาการในประเทศไทยยังมีข้อถกเถียงในเรื่องการสอบ O-NET ว่าจะเน้นเฉพาะการวัดความรู้เชิงวิชาการ (academic knowledge) อย่างเดียว หรือจะวัดทักษะการคิดระดับสูงด้วย (higher-order skills) เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล (the ability to reason) การวิเคราะห์และสังเคราะห์สารสนเทศ (analyze and synthesize information) ซึ่งขณะนี้การประเมินระดับชาติ (และนานาชาติ) ได้ใช้งานวิจัยที่สัมพันธ์กับการพัฒนานักเรียนเกี่ยวกับทักษะการรู้หนังสือและทักษะเชิงตัวเลข (literacy and numeracy skills) ซึ่งอาจปรากฏในหลักสูตรระดับชาติหรือไม่ก็ได้ อย่างไรก็ตามการพัฒนาข้อสอบที่เทียบเคียงกับ PISA *โดยไม่ส่งผลกระทบต่อการประเมินระดับชาติ* จะช่วยให้เกิดประโยชน์ต่อการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังเช่นการดำเนินงานของ นักวิชาการของ CTB/McGraw-Hill สำนักพิมพ์ในสหรัฐอเมริกาได้ทำโครงการนำร่อง (pilot project) ศึกษาวิจัยเพื่อปรับปรุงการนำเสนอเนื้อหาในทุกสาระของหนังสือที่สำนักพิมพ์ได้ผลิต และสร้างมาตรฐานของข้อสอบเพื่อวัดศักยภาพของนักเรียนในด้านการอ่าน ด้านวิทยาศาสตร์และด้านคณิตศาสตร์ โดยใช้กรอบมาตรฐานของ PISA ซึ่งปัจจุบันข้อสอบนี้ได้จัดทำเป็นระบบออนไลน์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถเข้าทดสอบได้ จากเว็บไซต์ของ CTB/McGraw-Hill เนื่องจากการประเมิน PISA ใช้ประเมินนักเรียนอายุ 15 ปีเป็นเกณฑ์ ดังนั้นนักเรียนอาจศึกษาอยู่ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 5 ก็มีโอกาสเข้าร่วมในการสอบได้ซึ่งเป็นการให้โอกาสนักเรียน สถาบันวิทยาศาสตร์ศึกษา ศูนย์สถิติการศึกษาแห่งชาติ (Institute of Education Science: National Center for Education Statistics) ประเทศสหรัฐอเมริกา ได้รายงานข้อมูลเกี่ยวกับร้อยละของนักเรียนอายุ 15 ปี ของสหรัฐอเมริกาที่เข้าสอบ PISA 2009 จำแนกตามระดับชั้นตั้งแต่เกรด 7 (มัธยมศึกษาปีที่ 1) ถึง เกรด 12 (มัธยมศึกษาปีที่ 6) มีการกระจายที่คำนวณเป็นร้อยละได้ 4 ระดับ คือ เกรด 9 (มัธยมศึกษาปีที่ 3) ร้อยละ 10.9 เกรด 10 (มัธยมศึกษาปีที่ 4) ร้อยละ 68.5 เกรด 11 (มัธยมศึกษาปีที่ 5) ร้อยละ 20.3 เกรด 12 (มัธยมศึกษาปีที่ 6) ร้อยละ 0.1 (โดยประมาณ) (IES : NCES, 2010) สำหรับนักเรียนเกรด 7 (มัธยมศึกษาปีที่ 1) ที่เข้าสอบ PISA 2009 มีจำนวนน้อยมากเมื่อคำนวณเป็นร้อยละจะได้ ร้อยละ 0 (โดยประมาณ) สำหรับนักเรียนเกรด 8 (มัธยมศึกษาปีที่ 2) ไม่ปรากฏมีในรายงานดังกล่าว (อ้างถึง Organization for Economic Cooperation and Development (OECD), Program for International Student Assessment, 2009)

3. การสร้างเครือข่ายความเข้มแข็งทางคณิตศาสตร์

การสร้างโรงเรียนเครือข่ายที่มีความเข้มแข็งและเป็นแบบฉบับในเรื่องความสำเร็จของการพัฒนาสมรรถนะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์นับว่ามีความสำคัญต่อการปฏิรูปการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) มีโครงการพัฒนาเครือข่ายครูและบุคลากรทางการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี ที่มุ่งเน้น “ ความร่วมมือและความเข้าใจร่วมกันในการพัฒนาและเสริมสร้างครูเครือข่ายและครูพี่เลี้ยงวิชาการวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์ ให้มีคุณภาพและปริมาณพอเพียงแก่ท้องถิ่น เพื่อเป็นกำลังของสสวท.ในการขยายผลสู่ครูผู้สอนวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี ให้มีความรู้ความสามารถในการจัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้อย่างมีประสิทธิภาพ อันจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว สนองนโยบายยกระดับคุณภาพการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ คณิตสาสตร์และเทคโนโลยี ต่อไป” ปัจจุบันมีโรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการพัฒนาเครือข่ายการเรียนรู้ ฯ จำนวน 194 โรงเรียน และรายชื่อครูพี่เลี้ยงวิชาการในโครงการ จำนวน 174 คน (สสวท. ,

2013, ย่อหน้า 3) ในจังหวัดต่าง ๆ ดังนี้ กรุงเทพมหานคร 18 คน กาญจนบุรี 14 คน นครปฐม 13 คน ราชบุรี 12 คน ระยอง 7 คน เชียงใหม่ 33 คน พิษณุโลก 16 คน ขอนแก่น 23 คน อุบลราชธานี 29 คน ภูเก็ต 9 คน

การสร้างเครือข่ายความเข้มแข็งทางคณิตศาสตร์ควรดำเนินการให้มีครูเข้าร่วมโครงการมากขึ้น เพราะจำนวนครูพี่เลี้ยงวิชาการในโรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการพัฒนาเครือข่ายการเรียนรู้ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยียังมีจำนวนน้อยเมื่อเทียบกับจำนวนนักเรียนที่เข้าสอบ O-NET ในแต่ละปี โดยเฉพาะในปีการศึกษา 2555 ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีจำนวนนักเรียนที่สอบคณิตศาสตร์ 753,510 คน คะแนนเต็ม 100 คะแนน ค่าเฉลี่ยของผลการสอบ 26.95 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าทุกรายวิชาที่กำหนดให้สอบ

จากงานวิจัยของ Jenkins (Jenkins, J., 2013) พบว่า การทำงานเป็นทีมช่วยให้ครูมีการตัดสินใจบนพื้นฐานข้อมูลของนักเรียนและครูตามสภาพจริงในโรงเรียนและใช้คำถามพื้นฐานเป็นแนวคิด ได้แก่ อะไรคือปัญหา ทำไมปัญหานี้จึงเกิดขึ้น จะแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นอย่างไร และ วิธีการที่ใช้จะได้ผลหรือไม่

โดยสรุป ครูคณิตศาสตร์ควรนำผลการสอบ O-NET และ PISA รวมทั้งตัวอย่างข้อสอบและปัญหาที่เกิดขึ้นไปใช้เป็นพื้นฐานของการปฏิรูปการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต่อไป

บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯซ โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553). รายงานผลการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น: โครงการ PISA 2009 กรุงเทพ ฯ : ห้างหุ้นส่วนจำกัด อรุณการพิมพ์

..... (2554). ผลการประเมินผล PISA: 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์. และวิทยาศาสตร์. กรุงเทพ ฯ : ห้างหุ้นส่วนจำกัด อรุณการพิมพ์

..... (2555). ตัวอย่างข้อสอบการประเมินผล PISA: คณิตศาสตร์. กรุงเทพ ฯ : ห้างหุ้นส่วนจำกัด อรุณการพิมพ์

..... (2557). ตัวอย่างข้อสอบคณิตศาสตร์ PISA 2012. กรุงเทพ ฯ : ห้างหุ้นส่วนจำกัด วี.เจ.พริ้นติ้ง

Baroody, A.J. (1988) Teaching adapted to thinking: Children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 19, No. 3 (May, 1988), pp. 263-267. NCTM: 1988. Retrieved January, 5, 2013 from http://www.jstor.org.

Borko, H., & Putnam, R. T. (1996). Learning to Teach. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.), Handbook of Educational Psychology (pp. 673-708). New York: Macmillan Library Reference USA: Simon & Schuster Macmillan.

Chang, G.C. (2013). Assessment and benchmarking of learning outcomes in the Asia-Pacific Region. In S. Pitiyanuwat & S. Phanphruk (Eds.), *National Educational Testing and Assessment: Share and Learn*. Converted from PowerPoint presentation slides presented at Convention Centre A2, Centara Grand at Central World, Bangkok, 3 – 6 September (pp. 25 – 26). Bangkok: Prigwhan Graphic. Co. Ltd.

Cheung, K. & Sit, P. (2008). Preparing for Macao PISA 2009: Mathematics assessment framework, released items and coding guides. Retrieved May, 5, 2013, from www.umac.mo/fed/**pisa**/sample_items/**pisa 2009**

Collins, A., Brown, J. & Newman, S. (1989). Cognitive apprenticeship: Teaching the crafts of reading, writing, and mathematics. In L. Resnick (Ed) Knowing, Learning, and Instruction. Essays in Honour of Robert Glaser. New Jersey:

Curriculum Planning and Development Division, Ministry of Education, Singapore. (2013). Additional mathematics (O and N(A) Level) teaching and learning syllabus. Retrieved January, 5, 2013, from www.moe.gov.sg/.../**syllabus**es/sciences/.../**maths**-secondary..

Fleischman, H.L., Hopstock, P.J., Pelczar, M.P. & Shelley, B.E. (2010). Highlights from PISA 2009: Performance of U.S. 15-year-old students in reading, mathematics, and science literacy in an international context (NCES 2011-004). U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics. Washington, DC: U.S. Government Printing Office.

Jenkins, J., (2013). Teacher Data Teams: Using the problem-solving process to maximize teacher efficacy. (Doctorial dissertation, Walden University, 2013). Retrieved March, 15, 2013, from ProQuest UMI 3595821.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1999). Innovative tasks to improve critical- and creative-thinking skills. In I. V. Stiff (Ed.), "Developing mathematical reasoning in grades K-12." Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. (pp.138-145).

Lee, S. (2013). PISA functional literacy as represented in Taiwanese mathematics textbooks (Doctorial dissertation, Columbia University, 2013). Retrieved March, 15, 2013, from ProQuest UMI 355238.

National Council of Teachers of Mathematics (1996). Communication in mathematics K-12 and beyond. In 1996 Yearbook , edited by Elliott, P.C. & Kenney, M..J. Reston, Va: NTCM, 1996.

..... (2001). The roles of representation in school mathematics. . In 2001 Yearbook , edited by Cuoco, A.A. & Curcio, F.R. Reston, Va: NTCM, 2001

Organization for Economic Cooperation and Development (OECD). (2003). Main features of the PISA mathematics theoretical framework. Paris: OECD Publishing.

..... (2010). PISA 2009 Results: What students know and can do. (Volume 1). Paris: OECD Publishing.

..... (2013). PISA 2012 Assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy. Paris: OECD Publishing.

Polya, G. (1944). How to solve it: A new aspect of mathematical method (2nd edition). New Jersey: Princeton University Press.

Schoenfeld, A.H, (1985). Mathematical problem solving. New York: Academic Press, Inc.

ภาคผนวก

จำนวนชั่วโมงในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึง มัธยมศึกษาปีที่ 3

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

คณิตศาสตร์พื้นฐาน 1

สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
• **ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย**การหาห.ร.ม. ของจำนวนนับการหาค.ร.น. ของจำนวนนับการแก้ปัญหาโดยใช้ห.ร.ม. และค.ร.น.	9
• **ระบบจำนวนเต็ม**จำนวนเต็มบวกจำนวนเต็มลบและศูนย์การเปรียบเทียบจำนวนเต็มการบวก การลบการคูณและการหารจำนวนเต็มสมบัติของจำนวนเต็มและการนำไปใช้	23
• **เลขยกกำลัง**ความหมายของเลขยกกำลังการเขียนแสดงจำนวนในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์การคูณและหารเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกันและเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มและการนำไปใช้	13
• **พื้นฐานทางเรขาคณิต**การสร้างรูปเรขาคณิตโดยใช้วงเวียนและสันตรงการสร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่ายโดยใช้การสร้างพื้นฐานการสำรวจสมบัติทางเรขาคณิต	15

คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2

สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
• **เศษส่วนและทศนิยม**การเขียนแทนเศษส่วนด้วยทศนิยมและเขียนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วนการเปรียบเทียบเศษส่วนและทศนิยมการบวกการลบการคูณและการหารเศษส่วนและทศนิยมโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์เกี่ยวกับเศษส่วนและทศนิยมและโอกาสของเหตุการณ์	15
• **การประมาณค่า**การประมาณค่าในสถานการณ์ต่างๆและการนำการประมาณค่าไปใช้	7
• **คู่อันดับและกราฟ**คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับกราฟและการนำไปใช้	8
• **สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**แบบรูปและความสัมพันธ์คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากันและโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	18
• **ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ**ภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เกิดจากการคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติภาพสองมิติที่ได้จากการมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view)หรือด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติการวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์	12

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 1

สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง

• **การประยุกต์1**รูปเรขาคณิตจำนวนนับร้อยละในชีวิตประจำวันและปัญหาชวนคิด	16
• **จำนวนและตัวเลข**ระบบตัวเลขโรมันระบบตัวเลขฐานต่างๆและการเปลี่ยนฐานในระบบตัวเลข	8
• **การประยุกต์ของจำนวนเต็มและเลขยกกำลัง**การคิดคำนวณและโจทย์ปัญหา	8
• **การสร้าง**การแบ่งส่วนของเส้นตรงการสร้างมุมขนาดต่างๆและการสร้างรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน	8

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2

สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
• **การเตรียมความพร้อมในการให้เหตุผล**การให้เหตุผลในชีวิตประจำวันและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย	10
• **พหุนาม**เอกนามการบวกการลบการคูณและการหารเอกนามพหุนามการบวกการลบพหุนามการคูณและการหารพหุนามอย่างง่าย	18
• **การประยุกต์2**การประยุกต์ของจำนวนและพีชคณิตและการประยุกต์ทางเรขาคณิต	12

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คณิตศาสตร์พื้นฐาน 3

สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
• **อัตราส่วนและร้อยละ**อัตราส่วนสัดส่วนร้อยละการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละโอกาสของเหตุการณ์	18
• **การวัด**หน่วยความยาวพื้นที่การแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่การคาดคะเน	10
• **แผนภูมิรูปวงกลม**การอ่านแผนภูมิรูปวงกลมการเขียนแผนภูมิรูปวงกลม	6
• **การแปลงทางเรขาคณิต**การเลื่อนขนานการสะท้อนการหมุน	12
• **ความเท่ากันทุกประการ**ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน – มุม – ด้านมุม – ด้าน – มุมด้าน – ด้าน – ด้าน	14

คณิตศาสตร์พื้นฐาน 4

สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
• **ทฤษฎีบทพีทาโกรัส**ทฤษฎีบทพีทาโกรัสบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ	12
• **ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง**จำนวนตรรกยะจำนวนอตรรกยะรากที่สองรากที่สาม	18
• **การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	12
• **เส้นขนาน**สมบัติของเส้นขนานรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบมุม – มุม – ด้านการให้เหตุผลและแก้ปัญหาโดยใช้สมบัติของเส้นขนานและความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	18

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3

สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
• **สมบัติของเลขยกกำลัง**บทนิยามและสมบัติอื่นๆของเลขยกกำลังการคูณและการหารเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มและการนำไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆการใช้เลขยกกำลังในการเขียนแสดงจำนวนที่มีค่าน้อยๆหรือมากๆในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์การคำนวณเกี่ยวกับจำนวนที่อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์	14
• **พหุนามและเศษส่วนของพหุนาม**การบวกการลบการคูณและการหารพหุนามการบวกการลบการคูณและการหารเศษส่วนของพหุนามที่พหุนามมีดีกรีไม่เกินหนึ่ง	18
• **การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ**การแก้ปัญหาหรือสถานการณ์โดยใช้อัตราส่วนและสัดส่วนการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันโดยใช้ร้อยละ	16
• **การประยุกต์ของการแปลงทางเรขาคณิต**การสร้างสรรค์งานศิลปะโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิตการออกแบบโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิต	12

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4

สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
• **การแยกตัวแประกอบของพหุนามดีกรีสอง**การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้สมบัติการแจกแจงการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัวและ $a \neq 0$ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปผลต่างกำลังสอง	20
• **สมการกำลังสองตัวแปรเดียว**การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้การแยกตัวประกอบการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้การแยกตัวประกอบ	20
• **การแปรผัน**การแปรผันโดยตรงการแปรผันแบบผกผันการแปรผันแบบเกี่ยวเนื่องการนำไปใช้	20

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คณิตศาสตร์พื้นฐาน 5

สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
• **พื้นที่ผิวและปริมาตร**การหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึมทรงกระบอกการหาปริมาตรของพีระมิดกรวยและทรงกลมการเปรียบเทียบหน่วยปริมาตรการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร	16
• **กราฟ**กราฟเส้นตรงกราฟเส้นตรงกับการนำไปใช้กราฟอื่นๆ	15
• **ระบบสมการเชิงเส้น**สมการเชิงเส้นสองตัวแปรกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	14
• **ความคล้าย**รูปที่คล้ายกันรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันการนำไปใช้	15

คณิตศาสตร์พื้นฐาน 6

สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
• **อสมการ**คำตอบและกราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวการแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	12
• **ความน่าจะเป็น**การทดลองสุ่มและเหตุการณ์การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์การนำไปใช้	14
• **สถิติ**การกำหนดประเด็นการเขียนข้อคำถามการกำหนดวิธีการศึกษาและการเก็บรวบรวมข้อมูลการนำเสนอข้อมูลการหาค่ากลางของข้อมูลการเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลการอ่านการแปลความหมายและการวิเคราะห์ข้อมูลการใช้ข้อมูลสารสนเทศ	20
• **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์**การเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขยกกำลังอัตราส่วนและร้อยละปริมาตรและพื้นที่ผิวสถิติความน่าจะเป็น	14

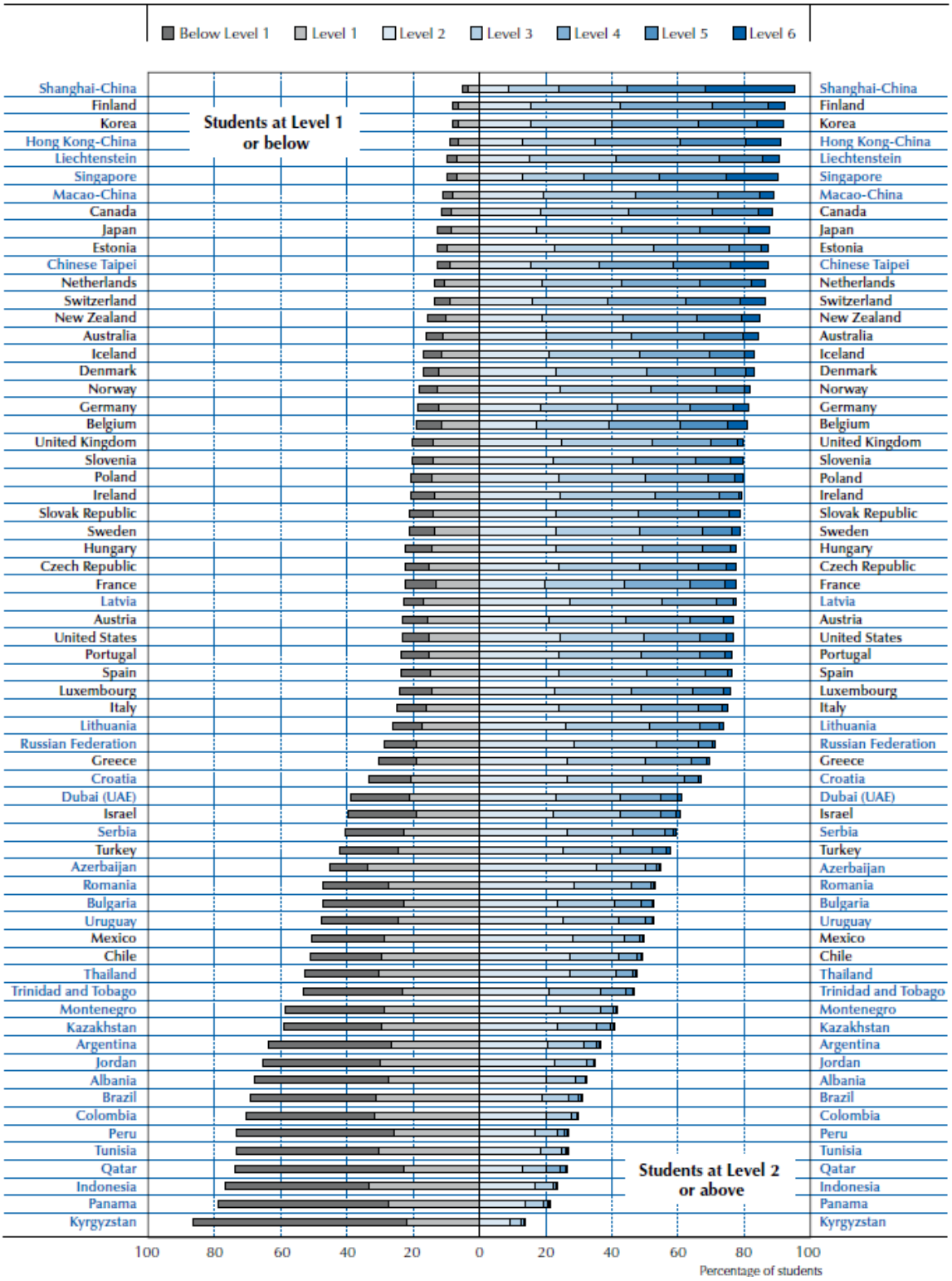
คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 5

สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
• **กรณฑ์ที่สอง**การบวกการลบการคูณและการหารจำนวนจริงที่อยู่ในรูป$\sqrt{a}$เมื่อ$a \geq 0$ โดยใช้สมบัติ$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$เมื่อ$a \geq 0$และ$b \geq 0$และ$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$เมื่อ$a \geq 0$ และ$b \geq 0$	9
• **การแยกตัวประกอบของพหุนาม**การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่าสองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มโดยอาศัยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์หรือใช้ทฤษฎีเศษเหลือ	15
• **สมการกำลังสอง**การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้สูตรการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว	12
• **พาราโบลา**สมการพาราโบลากราฟของพาราโบลาที่อยู่ในรูป$y = ax^2 + bx + c$เมื่อ $a \neq 0$	12
• **พื้นที่ผิวและปริมาตร**การหาพื้นที่ของพีระมิดกรวยและทรงกลมการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับปริมาตรและพื้นที่ผิว	12

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6

สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
• **การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม**สมบัติเกี่ยวกับวงกลมการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้างรูปเรขาคณิต	15
• **ระบบสมการ**การแก้ระบบสมการสองตัวแปรที่สมการมีดีกรีไม่เกินสองการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการสองตัวแปรที่สมการมีดีกรีไม่เกินสอง	11
• **วงกลม**วงกลมมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมคอร์ดเส้นสัมผัสวงกลม	21
• **เศษส่วนของพหุนาม**การบวกการลบการคูณและการหารเศษส่วนของพหุนามการแก้สมการเศษส่วนของพหุนามการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม	13

ร้อยละของนักเรียนแต่ละประเทศที่มีประสิทธิภาพการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในระดับต่าง ๆ



จัดเรียงลำดับประเทศจากสูงสุดไปต่ำสุดของร้อยละของนักเรียนที่มีประสิทธิภาพที่ระดับ 2, 3, 4, 5 และ 6

ที่มา: OECD, PISA 2009 Database